RECUPERATORIO SEGUNDO PARCIAL DE FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA (21/12/2009)

APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
CARRERA:	Reg.Nº:

Debe escribir cada ejercicio en hojas separadas, enumerar las hojas y poner su nombre en cada una de ellas.

1. Calcular:
   (a) $\mathcal{L}\{t\sin(t)h(t-\pi)\}(s)$
   (b) $\mathcal{L}\{\int_0^t \cos 2(t-u)\, e^{3u}\, du\}(s)$
   (c) $\mathcal{L}^{-1}\{\frac{s+3}{(s+3)^2+4}e^{-\frac{\pi}{2}s}\}(t)$

2. Dada la función de período 6:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{Si } -3 \leq x < -2 \text{ ó } 2 \leq x < 3 \\ -e^{-x} & \text{Si } -2 \leq x < 0 \\ e^{x} & \text{Si } \quad 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

   (a) Determinar cuál de las siguientes opciones es la correcta para obtener su desarrollo en Serie de Fourier (justificar su elección)y decir que sucede con los a_n.
      i. $b_n = \frac{-2}{3}\int_{-2}^{0} e^{-x}\sin(\frac{n\pi x}{3})dx$
      ii. $b_n = \frac{2}{6}\int_{0}^{2} e^{x}\sin(\frac{n\pi x}{6})dx$
      iii. $b_n = \frac{1}{3}(-\int_{-2}^{0} e^{-x}\sin(\frac{nx}{3})dx + \int_{0}^{2} e^{x}\sin(\frac{nx}{3})dx)$
      iv. Ninguna de las anteriores es correcta.
   (b) Hallar el valor de la Serie de Fourier de $f(x)$ en $x = 1$ y $x = 2$.

3. Dada $f(z) = \frac{z+2}{(z-i)(z-1-i)(z+2i)}$
   (a) Determinar analiticamente las regiones de los distintos desarrollos posibles en series de Laurent en potencias de $(z-i)$
   (b) ¿Podría calcular el resíduo de $f(z)$ en $z_0 = i$ usando el desarrollo en Series de Laurent que converge en $z = \frac{-3}{2}i$? (sin calcular la serie, justifique su respuesta).

4. Dada $f(s) = \frac{1}{s(s+2)^2}$, con $s \in \mathbb{C}$
   (a) Determine y clasifique las singularidades.
   (b) Calcular los resíduos.
   (c) Calcular:$\mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{s(s+2)^2}\}(t)$