FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA

Segundo Coloquio **2008**

Nombre:.. Nota:..

LU:...................................... Carrera:... Nro de hojas: ....

1. Sea *f* una función real continua de variable real y sea $F(s) = \mathscr{L}(f(t))_{(s)} = \int_0^\infty e^{-st} f(t)dt$. Se sabe que $|f(t)| \leq 5e^{3t} \ \forall t \geq 0$,.

i) ¿Existe alguna función distinta de *f* que tenga la misma transformada de Laplace que *f* ?

ii) Muestre utilizando la definición que: $G(s) == \mathscr{L}\left(e^{-2t} f(t)\right)_{(s)} = F(s+2)$, ¿para qué valores complejos de *s* se verifica?

iii) ¿ $G(s)$ puede tener un punto singular tipo polo en $s = 2$?

---

2. Sea f una función real definida en $[-L, L]$, y sean γ_n los coeficientes de su serie Fourier con exponenciales complejas, es decir: $f(x) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n \, e^{i\frac{n\pi x}{L}}$, con $\gamma_n = \frac{1}{2L} \int_{-L}^{L} f(x) \, e^{-i\frac{n\pi x}{L}} dx$.

i) ¿Qué condiciones debe cumplir *f* para que su serie de Fourier sea convergente?¿La convergencia de la serie es también uniforme en $[-L, L]$?

ii) Muestre que si $g(t) = 2f(t)$, entonces los coeficientes de Fourier de *g* son: $2\gamma_n$.