

Primer parcial de Funciones de Variable Compleja

Apellido Nombre:.....

Carrera:.....L.U.N°.....

1.(a) Calcular

$$\int_C \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1} dz$$

si C es la unión de las siguientes curvas: $|z - i| = 1$ en sentido antihorario y $|z - i| = 3$ en sentido horario.

(b) Calcular

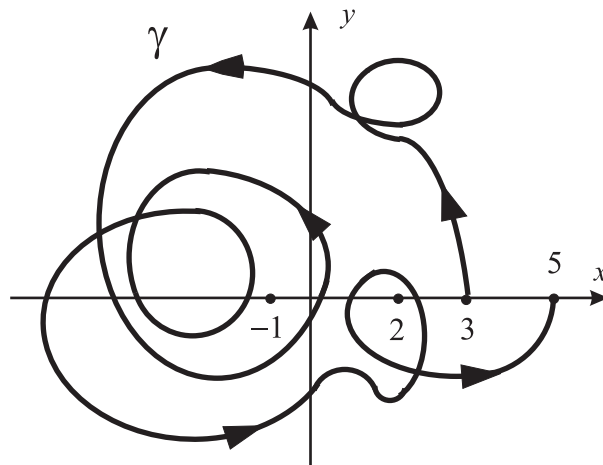
$$\int_C \frac{z^{1/2}}{(z + 1 + i)^2} dz$$

escogiendo la rama de $z^{1/2}$ tal que $\sqrt{4} = -2$, $-\pi < \text{Arg}(z) \leq \pi$ y $C : |z + 1 + i| = \sqrt{2}/2$ en sentido antihorario.

(c) Calcular

$$\int_\gamma \frac{z}{(z + 1)(z - 2)} dz$$

a lo largo de la curva γ indicada en la figura.



2. (a) Si $u(x, y) = e^{-y} \cos x + 4$ es la parte real de una función analítica $f(z)$, halle su parte imaginaria $v(x, y)$ sabiendo que $f(0) = 5 + i$.

(b) Analizar la convergencia absoluta y condicional de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{i(n-1)} (3n + 1)^{-2/3}$$

3.(a) Determinar donde es continua, derivable y analítica la función

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{z^2 + 1}}, \quad 0 \leq \text{Arg}(z) < 2\pi.$$

(b) Calcular la derivada de $f(z)$ donde exista.

(c) Resolver los incisos (a) y (b) si $f(z) = z^2 \bar{z}$.

4. Hallar las discontinuidades de

$$f(z) = \frac{\text{tgh } z}{z^2 + 1}.$$