

Nombre: LU: Nota:

- Sea $w = \alpha z + \beta$, donde α y β son números complejos. Muestre que si $\alpha \neq 0$, transforma círculos en círculos. Si $\alpha = 0$ ¿cuál es la imagen de un círculo?
- Sea $f(x)$ una función periódica de variable real, con período $T = \pi$, que verifica: $f(x) = e^x$ para $0 < x \leq \pi$.
 - ¿La serie de Fourier de $f(x)$ es convergente para todo x real? Grafique su función suma y justifique.
 - ¿La convergencia es uniforme? ¿Por qué?
 - Indique el orden de decrecimiento de los coeficientes (sin calcularlos). Justifique.
- Sea f una función real, y sea $F(s) = \mathcal{L}(f(t))_{(s)} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$. Se sabe que $|f(t)| \leq 5e^{4t} \quad \forall t \geq 0$.
 - Muestre por definición que: $G(s) = \mathcal{L}(e^{-3t} f(t))_{(s)} = F(s+3)$, ¿para qué valores complejos de s se verifica?
 - ¿ $G(s)$ puede tener un punto singular tipo polo en $s = 2$?
 - ¿ $F(s)$ puede tener un punto singular tipo polo en $s = 2$?

Nombre: LU: Nota:

- Considere la serie de funciones reales: $\sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin \frac{n\pi x}{2}$, donde $c_n = \int_0^2 x^{10} \sin \frac{n\pi x}{2} dx$.
 - ¿Es una serie de Fourier? ¿De qué función?
 - ¿Converge la serie sobre toda la recta real? Justifique, si la respuesta es afirmativa grafique la función suma.
 - ¿ $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 0$? Justifique, si la respuesta es afirmativa indique el orden de decrecimiento de c_n .
- Indique condiciones suficientes para que la serie de Fourier de una función $f(x)$ sea:
 - convergente.
 - converja uniformemente sobre el intervalo $[-L, L]$.
 - se pueda derivar término a término.
- Indique condiciones suficientes para la existencia de la Transformada de Laplace. ¿La transformación de Laplace inversa es única?
 - Sea $f(t)$ continua y de orden exponencial, $h(t)$ la función escalón, y a un número real positivo.
 - Muestre que existe $\mathcal{L}(f(t))_{(s)} = F(s)$, indique la región de convergencia.
 - Muestre que $\mathcal{L}(f(t-a)h(t-a))_{(s)} = e^{-as} F(s)$. ¿para qué valores complejos de s vale?