Nombre:..LU:.................Nota: ....

1. Sea $f(z)$ una función analítica en todos los puntos de una curva suave *C* que une los puntos z_1 y z_2. Indique si las siguientes afirmaciones son siempre ciertas. Justifique (utilice enunciados de teoremas o contraejemplos)

i) $f(z_1) = \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_C \frac{f(z)}{z-z_1}\,dz$.

ii) Existe un dominio D (abierto y conexo), donde *f* es analítica y contiene a la curva *C*. Además *D* es simplemente conexo.

iii) Si $z_1 = z_2$, entonces $\int_C f(z)dz = 0$.

iv) Si existe una función $F(z)$ tal que $F'(z) = f(z)$ sobre la curva *C*, entonces $\int_C f(z)dz = F(z_2) - F(z_1)$.

v) Si $z_1 = z_2$ y *f* tiene primitive sobre *C*, entonces $\int_C f(z)dz = 0$.

2. Dadas las siguientes funciones de variable compleja: $f(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-1)^n$ y $g(z) = \dfrac{f(z)}{(z-1)^2}$,

donde $a_0 = 0$, $a_n \neq 0$ para $n \geq 1$ y $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right| = 2$,

a) Analice la singularidad que presenta la función $g(z)$ en el punto $z_0 = 1$.

b) Encuentre la región D del plano complejo donde $g(z)$ es analítica. Justifique.

Recuperatorio - Segundo Coloquio **FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA** 2018

Nombre:..LU:.................Nota: ....

1. Sea $f(z) = u(x,y) + i\,v(x,y)$ una función de variable compleja definida en un *dominio D múltiplemente conexo*. Sea *C* una curva cerrada simple, orientada positiva y contenida en *D*. Indique si las siguientes afirmaciones son siempre ciertas. Justifique (utilice enunciados de teoremas o contraejemplos)

i) Si $f(z)$ es derivable en todo *D* $\Rightarrow$ $f(z)$ tiene primitiva en *D*.

ii) Si $f(z)$ tiene primitiva en *D* $\Rightarrow$ $f(z)$ es analítica en todo *D*.

iii) Si $f(z)$ es analítica en $D \Rightarrow \int_C f(z)dz = 0$.

2. Sea $S(z)$ la función suma de la serie de funciones: $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$. Si $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{|c_{n+1}|}{|c_n|} = 1$, muestre que:

i) La serie de funciones converge uniformemente en el disco $|z| \leq 0.5$.

ii) La función suma es continua en $|z| \leq 0.5$.

ii) $S''(0) = 2c_2$.

iv) $\displaystyle\int_{|z|=1} \frac{S(z)}{z^{n+1}}\,dz = 2\pi i\, c_n$.