Nombre:.........................................................................................LU:................Nota: .........

**1**. Sea $f$ una función de variable compleja. Muestre que:

$$\lim_{z\to z_0} f(z) = w_0 \Rightarrow \lim_{z\to z_0} |f(z)| = |w_0|.$$

**2**. Sea $f(z) = u(x,y) + i\,v(x,y)$ una función de variable compleja definida en un entorno de radio $\varepsilon$ del punto $z_0 = x_0 + i\,y_0$. Indique si las siguientes afirmaciones son siempre ciertas. Justifique (utilice enunciados de teoremas o contraejemplos)

*i*) Si se verifican las ecuaciones de Cauchy Riemann en $z_0$ $\Rightarrow$ existe $f'(z_0)$.

*ii*) $f(z)$ es derivable en $z_0$ $\Rightarrow$ se verifican las ecuaciones de Cauchy Riemann en $z_0$ y las derivadas parciales $u_x, u_y, v_x, v_y$ son continuas en $z_0$.

*iii*) $f(z)$ es analítica en $z_0$ $\Leftrightarrow$ se verifican las ecuaciones de Cauchy Riemann en $z_0$ y las funciones $u(x,y)$ y $v(x,y)$ son diferenciables en $(x_0, y_0)$.

**3.** Use el Test de Weierstrass para probar que la serie de funciones reales $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+2}\cos(nx)$ converge uniformemente en el intervalo $[-\pi,\pi]$. ¿Su función suma es continua en ese intervalo?

---

Recuperatorio - Primer Coloquio **FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA** 2018

Nombre:.........................................................................................LU:................Nota: .........

**1**. Sea $f$ una función de variable compleja. Muestre que:

$$\lim_{z\to z_0} f(z) = 0 \Leftrightarrow \lim_{z\to z_0} |f(z)| = 0.$$

**2**. Sea $f(z) = u(x,y) + i\,v(x,y)$ una función de variable compleja definida en un *dominio D múltiplemente conexo*. Sea $z_0$ un punto interior de *D* y sea *C* una curva cerrada simple, orientada positiva y contenida en *D*. Indique si las siguientes afirmaciones son siempre ciertas. Justifique (utilice enunciados de teoremas o contraejemplos)

*i*) Si $f(z)$ no verifica las ecuaciones de Cauchy Riemann en $z_0$ $\Rightarrow$ no existe $f'(z_0)$.

*ii*) Si existe $f'(z_0) \Rightarrow f(z)$ verifica las ecuaciones de Cauchy Riemann en $z_0$.

*iii*) $f'(z_0)$ existe $\Leftrightarrow$ $f(z)$ es continua en $z_0$.

*iv*) Si $f(z)$ es derivable en todo *D* $\Rightarrow$ $f(z)$ es analítica en todo *D*.

**3.** Use el Test de Weierstrass para probar que la serie de funciones reales $\sum_{n=1}^{\infty} x(-2x)^n$ converge uniformemente en el intervalo $[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}]$. Encuentre la función suma, ¿es continua en ese intervalo?