Funciones de Variable Compleja

Clase 8, 30 de agosto de 2019

Ejercicio 1: Sea $f(z)=y(x^2-1)+i\,x\,y^2$, ¿dónde es continua? ¿dónde es derivable? ¿dónde es analítica?

Ejercicio 2: **Ecuaciones de Cauchy-Riemann en polares.** Analizar la derivada de $f(z)=\ln|z|+i\,\mathrm{Arg}(z)$, observe que con $-\pi<\mathrm{Arg}(z)\le\pi$, $f'(z)=\dfrac{1}{z}$, si $z\neq 0$ y $\mathrm{Arg}(z)\neq\pi$.

Ejercicio 3:

i) a) ¿ $u(x,y)=\mathrm{Re}\left(e^{i z^2}\right)$ es una función armónica? En caso afirmativo encuentre su armónica conjugada.

b) ¿ $f(z)=\dfrac{1}{1+e^z}$ es analítica en todo el plano ? [Sug.calcule todas las soluciones de: $e^z=-1$]

c) ¿ $f(z)=\dfrac{1}{1-e^z}$ tiene un único punto singular: $z_0=0$? [Sug.calcule las soluciones de: $e^z=1$]

ii) ¿La función inversa de la exponencial es única?

iii) El Logaritmo General: $w=\log z=\ln|z|+i\,\mathrm{Arg}(z)+i2k\pi$. ¿Es una función multivaluada?

iv) El Logaritmo Principal: $w=\mathrm{Log}\,z=\ln|z|+i\,\mathrm{Arg}(z)$, ¿es una rama o función univaluada de log(z)? ¿es analítica?

La función $\log(z)=\ln|z|+i\,\mathrm{Arg}(z)+2k\pi i$ es multivaluada. A cada punto z le corresponden infinitos valores complejos distintos. Si fijamos un Argumento Principal y un valor de k (entero), obtenemos una función univaluda que llamamos "**rama**" de la función multivaluada. Hay infinitas ramas, si se elige $k=0$, la llamamos rama principal. Todas las ramas de $\log(z)$ son analíticas excepto donde quede la discontinuidad del Argumento elegido. Siempre será una línea que une el origen con el infinito. Esta línea de puntos singulares se denomina "**corte**", y los puntos comunes a todo corte, el origen y el infinito, se llaman "**puntos de ramificación**"