Funciones de Variable Compleja

Clase 4, 21 de agosto de 2019

<u>Ejercicio 1</u>: Represente en forma binómica los siguientes números complejos:

a. $2e^{i\pi/4}$ b. $3e^{-i\pi}$ c. $10e^{i2\pi}$ d. $e^{in\pi}$ con $n \in \mathbf{N}$

<u>Ejercicio2</u>: Graficar en el plano complejo todos los valores que puede tomar z, tal que verifique

a. $|z| = 0$ $|z-i| = 1$ $|z+2| \geq 2$

b. $|z| = 1$ *c.* $|z+i| < 2$ *d.* $\left|\dfrac{z+1}{z-1}\right| = 1,\ z \neq 1$

Recordar:

i. Entornos. Definición 23 y 24.
ii. Clasificación de puntos y conjuntos.
iii. Definición 25 (interior, exterior, frontera).
iv. Definiciones 26, 27, 28, 29, 30 31 (conjuntos abiertos, cerrados, conexos, dominios, región, acotado)

<u>Ejercicio 3</u>: Clasificar puntos y conjuntos del ejercicio anterior.

- **Función de variable compleja**. Definición 32. Ejemplo: $w = f(z) = z^2$. Encuentre $u(x,y) = \mathrm{Re}(f(z))$ y $v(x,y) = \mathrm{Im}(f(z))$

  - *<u>Polinomios</u>*: $a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \cdots + a_n z^n$
  - <u>Función exponencial</u>: $e^z = e^x e^{iy} = e^x\left(\cos y + i\,\mathrm{sen}\, y\right)$

<u>Ejercicio 4</u>: Muestre que:

a) $e^z \neq 0 \quad \forall z$

b) $\left|e^z\right| = e^{\mathrm{Re}(z)}$ y $\arg\left(e^z\right) = y + 2k\pi$

c) En el eje real ($y = 0$): $e^z = e^x$, coincide con la función real

d) $e^{z_1+z_2} = e^{z_1}e^{z_2}$ y $e^{z_1-z_2} = \dfrac{e^{z_1}}{e^{z_2}}$

e) ¿ e^z es una función periódica con periodo $T = 2\pi i$?

f) ¿ e^z es una función inyectiva?¿es suryectiva?¿La inversa es única?

<u>Ejercicio 5</u>: Sea $0 \leq \mathrm{Arg}(z) < 2\pi$, evaluar $\left|e^{1-2i}\right|$ y $\mathrm{Arg}\left(e^{1-2i}\right)$