Funciones de Variable Compleja

Clase 3, 16 de agosto de 2019

Ejemplos de Integrales Impropias Paramétricas y Convergencia Uniforme:

i) la siguiente integral impropia converge a una función discontinua:

$$G(\alpha)=\int_0^\infty \frac{sen(\alpha x)}{x}dx=\begin{cases}\pi/2 & \alpha>0\\ 0 & \alpha=0\\ -\pi/2 & \alpha<0\end{cases}$$

ii) ¿se puede intercambiar integrales y derivadas? Es decir ¿

$$G'(\alpha)=\frac{d}{d\alpha}\left(\int_0^\infty \frac{sen(\alpha x)}{x}dx\right)=\int_0^\infty \frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{sen(\alpha x)}{x}\right)dx\,?$$

En este caso no, pues $\int_0^\infty \frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{\text{sen}(\alpha x)}{x}\right)dx=\int_0^\infty \cos(\alpha x)dx$, y esta última diverge para casi todo α .

iii) En cambio para $F(s)=\int_0^\infty e^{-sx}dx=\frac{1}{s},\quad s>0$.

$$F'(s)=\frac{d}{ds}\int_0^\infty e^{-sx}dx=\frac{d}{ds}\left(\frac{1}{s}\right)=-\frac{1}{s^2},\; s>0$$

$$\begin{aligned}\int_0^\infty \frac{\partial}{\partial s}e^{-sx}dx&=\int_0^\infty -x\,e^{-sx}dx\\ &=-e^{-sx}\left(-\frac{1}{s^2}-\frac{x}{s}\right)\Bigg|_0^{+\infty}\\ &=-\frac{1}{s^2}\end{aligned}$$

vale intercambiar integrales y derivadas. Esto está directamente relacionado con la convergencia uniforme.

Observe la continuidad de la siguiente función definida por medio de una integral impropia:

$$H(s)=\int_0^\infty se^{-sx}dx=\begin{cases}1 & s>0\\ 0 & s=0\\ div & s<0\end{cases}$$

Teoremas 14 15 y 16. Continuidad, integración y derivación de funciones definidas por medio de integrales impropias.

Números complejos Notación binómica, par ordenado. Operaciones Suma y Producto. Potencias y Radicación

Ejercicio 1: Resolver:

$x^2+1=0$ $\quad z^3+1=0$ $\quad (2+i)+(3-5i)=$

$(2+i).(3-5i)=$ $\quad \dfrac{2+i}{3-5i}=$ $\quad (2+2i)^2=$ $\quad \sqrt{(2+2i)}=$

- Interpretación geométrica como vectores.
- Notación polar exponencial.
- Argumentos, general y principal.

- **Propiedades**

$|z|=0 \Leftrightarrow z=0$ $\quad |\alpha \pm \beta| \le |\alpha|+|\beta|$

$|\mathrm{Re}(z)| \le |z|$ $\quad |\alpha \pm \beta| \ge \big||\alpha|-|\beta|\big|$

$|\mathrm{Im}(z)| \le |z|$

Recordar que la parte imaginaria siempre es un número real

$\mathrm{Im}(2+3i)=3$,

y que los números complejos no tienen relación de orden

¡nunca escribir $1+i>i$!!