

# Funciones de Variable Compleja

## Clase 33, 8 de noviembre de 2019.

Ejercicio: Sea:  $w = f(z) = iz - 2i$ , una función de variable compleja, encontrar en forma gráfica y analítica, las imágenes de:

- Los puntos  $z_1 = 2 - 2i$ ,  $z_2 = 2$ , y  $z_3 = 2 + 2i$ .
- La recta  $x = 2$ .
- El semiplano  $x \geq 2$ .

### Transformaciones en el plano complejo.

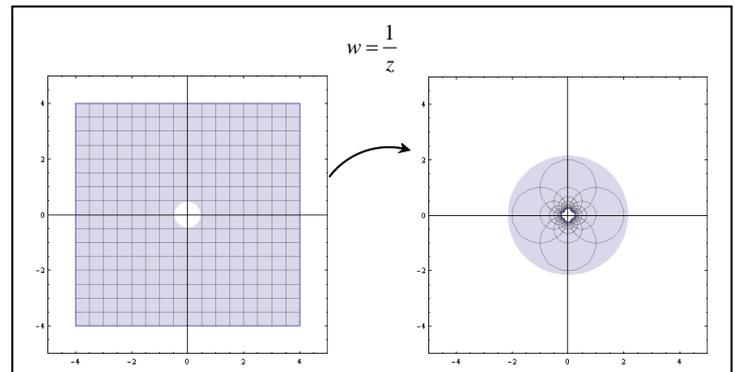
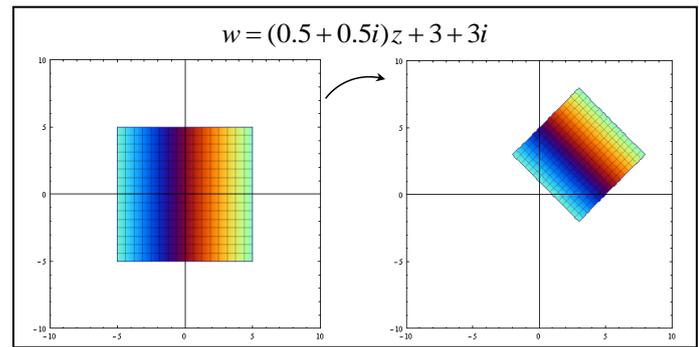
- **Transformaciones Lineales**  $w = \alpha z + \beta$ . Dilatación, contracción, rotación, traslación.
- Observe que si una transformación cualquiera y su inversa, son ambas continuas, entonces un punto interior de un conjunto siempre se transforma en un punto interior de su conjunto imagen.
- **Inversión**  $w = \frac{1}{z}$ . Es una composición de una inversión con respecto al círculo unitario y una reflexión con respecto al eje real. Relaciones de las variables:

$$\begin{aligned} x &= \frac{u}{u^2 + v^2} & u &= \frac{x}{x^2 + y^2} \\ y &= \frac{-v}{u^2 + v^2} & v &= \frac{-y}{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

- Observar que la transformación “inversa” de la **inversión** es la misma **inversión**, pues si la aplicamos dos veces obtenemos el mismo punto.

Ejercicio: Aplicar la transformación inversión a:

- Los puntos  $z_1 = 2 - 2i$ ,  $z_2 = 2$ , y  $z_3 = 2 + 2i$ .
- La recta  $x = 2$ .
- El semiplano  $x \geq 2$ .
- Observar que la inversión transforma círculos y rectas en círculos o rectas.



### Algunos ejemplos y otras transformaciones:

