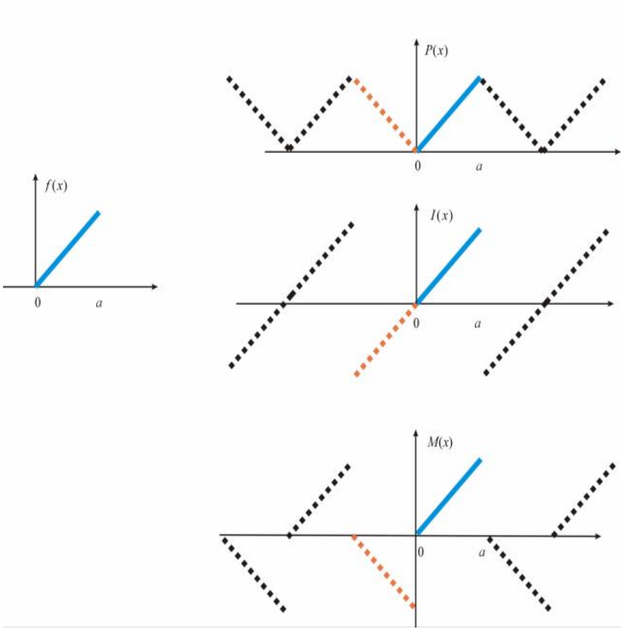
Funciones de Variable Compleja

Clase 30, 30 de octubre de 2019

<u>Ejercicio 1</u>: ¿ Es convergente $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)}$? ¿cuál es su suma?

<u>Ejercicio 2</u>. Sea: $f(x) = x,\ 0 \le x \le \pi$, extender la función para desarrollar en:

a. Serie de Senos
b. Serie de Cosenos
c. Serie con armónicos sólo impares



$$P(x) \approx \frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} 2\frac{(-1)^n - 1}{\pi n^2} \cos(nx) =$$

$$= \frac{\pi}{2} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{-4}{\pi (2k+1)^2} \cos((2k+1)x)$$

$$= \frac{\pi}{2} + \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{-2}{\pi (2k+1)^2} e^{i(2k+1)x}$$

$$I(x) \approx \sum_{n=1}^{\infty} -2\frac{(-1)^n}{n} \operatorname{sen}(nx) = \sum_{\substack{-\infty \\ n \ne 0}}^{\infty} i\frac{(-1)^n}{n} e^{inx}$$

$$M(x) \approx \sum_{k=0}^{\infty} \frac{-4}{\pi (2k+1)^2} \cos((2k+1)x) + $$

$$+ \frac{2}{2k+1} \operatorname{sen}((2k+1)x)$$

- Observar la función suma de cada caso.

En particular, fijando $x = 0$, la función par $P(x)$ es continua en ese punto, y existen las derivadas por derecha y por izquierda, por lo tanto

la serie $\frac{\pi}{2} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{-4}{\pi (2k+1)^2}$ converge a $P(0) = 0$, luego $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

Fijando $x = \frac{\pi}{2}$, la función impar $I(x)$ es continua en ese punto, y existen las derivadas por derecha y por izquierda, por lo tanto

la serie $\sum_{n=1}^{\infty} -2\frac{(-1)^n}{n} \operatorname{sen}\left(n\frac{\pi}{2}\right)$ converge a $I(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$, luego $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)} = \frac{\pi}{4}$

Plantear los primeros términos de la sucesión de sumas parciales de las series y observar sus gráficas en la Pag. 61. (la serie de $|x|$ converge “más rápido”).

Teorema 63. Convergencia Uniforme. Comparar la aplicación de este teorema con el test de Weierstrass y la continuidad de la función suma (Teoremas 11 y 12) en los 3 ejemplos anteriores. En las series que no convergen uniformemente, observar sumas parciales, fenómeno de Gibbs en los puntos de discontinuidades. Pag. 72-73.

Teorema 64. Derivación de una serie de Fourier. Observar que sólo una de las series anteriores es posible derivar término a término, la que corresponde a $f(x) = |x|,\ -\pi < x \le \pi$

$$f'(x) \approx \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{\pi (2k+1)} \operatorname{sen}(2k+1)x$$