Funciones de Variable Compleja

Clase 17, 25 de septiembre de 2019.

Ejercicio 1: Encuentre la región de convergencia absoluta de las siguientes series de funciones

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{(1-i)^{n+1}}$ b) $\sum_{0}^{\infty} \left(\frac{z+2}{z} \right)^n$ c) $\sum_{1}^{\infty} i^n \frac{(z-1)^n}{n}$

Series de Potencias.

Definición 56

Círculo de convergencia. Fórmulas para calcular el radio.

¿Cuáles de las series del ejercicio anterior es una serie de potencia? ¿Puede encontrar la función suma? ¿La función suma es continua en su respectiva región de convergencia?

Observación: Muestre que la serie $\sum_{1}^{\infty} i^n \frac{(z-1)^n}{n}$, converge uniformemente en el disco cerrado $|z-1| \le \frac{1}{2}$.

Como $\left| i^n \frac{(z-1)^n}{n} \right| \le \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n}{n}$ para todo $|z-1| \le \frac{1}{2}$ y la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n}{n}$ es convergente (criterio del cociente). El Criterio de Weierstrass asegura que en ese disco, además de ser absoluta , la convergencia es uniforme (en $|z-1| \le \frac{1}{2}$)

- Si bien en este caso no se conoce la "función suma", por el teorema 39 se sabe que es una función continua en $|z-1| \le \frac{1}{2}$.