Funciones de Variable Compleja

Clase 11, 6 de septiembre de 2019.

Ejercicio 1: Evaluar las siguientes expresiones con $-\pi \leq Arg(z) < \pi$

$\log(-1) =$ $\quad Log(-1) =$ $\quad \log(i) =$ $\quad Log(i) =$

$-1 = i \cdot i = (-i)(-i) = i^2 = (-i)^2$

¿ $\log(-1) = \log(i^2) = \log(i) + \log(i) = 2\log(i)$? Interpretar como igualdad de conjuntos

¿ $\mathrm{Log}(-1) = \mathrm{Log}(i \cdot i) = \mathrm{Log}(i) + \mathrm{Log}(i) = 2\,\mathrm{Log}(i)$?

¿ $\mathrm{Log}(-1) = \mathrm{Log}((-i)(-i)) = \mathrm{Log}(-i) + \mathrm{Log}(-i)$?

¿Qué puede decir de la propiedad de logaritmo de un producto?

Ejercicio 2: Calcule :

$i^i =$

$(1+i)^i =$ ¿Cuál es su valor principal?

Ejercicio 3:

a) ¿ la función $\mathrm{sen}(z)$ es acotada en el plano complejo, como lo es sobre el eje real ?

b) ¿puede ser $\mathrm{sen}(z) = 2$?

c) Muestre que: $\arcsin(z) = \frac{1}{i}\log\left(iz + \sqrt{1-z^2}\right)$

Ejercicio 4: (Práctico3, ej10.) Muestre que la siguiente función es continua y satisface las ecuaciones de Cauchy-Riemann en el origen, pero no tiene derivada en ese punto:

$$f(z) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - y^3 + i(x^3 + y^3)}{x^2 + y^2} & \text{si} \quad z \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad z = 0 \end{cases}$$

Observación: Como la función está definida con expresiones distintas en el punto z=0 y en su entorno, tanto las derivadas parciales de u y v como la derivada de f deben calcularse por definición.

En ese ejercicio se comprueba que las ecuaciones de Cauchy-Riemann son sólo necesarias (**Teorema 21**).