Tercer Parcial de Funciones de Variable Compleja 18/06/2019

Nombre: ______________________________ LU: ____________ NOTA: __________

*** Realice el ejercicio 3 en una hoja separada al resto del examen.**
*** Ejercicios muy desprolijos, o que no cuenten con su debida justificación, no serán evaluados.**
*** Si aprobó el Taller 5 y/o 6 previamente, NO debe resolver el recuperatorio correspondiente.**

Taller 5 (Recuperatorio) (a) Halle la transformada de Laplace de $f(t) = \begin{cases} \operatorname{sen}(2t), & 0 < t < \pi, \\ -1, & t \geq \pi. \end{cases}$
(b) Halle la transformada inversa de $F(s) = \frac{e^{-2s}}{s(s-1)^2}$.

Taller 6 (Recuperatorio) La función periódica de período 2π, que para $-\pi < x \leq \pi$ está dada por $f(x) = |x|$, tiene la serie de Fourier: $f(x) \sim \frac{\pi}{2} + \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{-4}{\pi(2k+1)^2} \cos[(2k+1)x]$.

(a) Halle la suma de la serie $1 + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^4} + \ldots$.

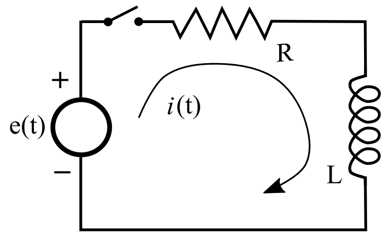
(b) Dada $g(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x \leq 0, \\ 1, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$, para $-\pi < x \leq \pi$, periódica de período 2π, halle los coeficientes de Fourier a_n y b_n de g utilizando el desarrollo de f.

---

1. El circuito de la figura está descripto por la ecuación diferencial

$$e(t) = R\,i(t) + L\frac{di(t)}{dt},$$

siendo $i(t)$ la corriente. Cuando el interruptor se cierra en $t = 0$, dicha corriente es cero, es decir, $i(0) = 0$. Halle $i(t)$, $\forall t > 0$, sabiendo que $R = 1\ \Omega$, $L = 0,1$ Hy, $e(t) = \operatorname{sen}(0,1\,t)$.



---

2. (a) Halle una transformación $w = f(z)$ que mapee el semiplano $\operatorname{Re}(z) \leq 1$ en el conjunto $\operatorname{Re}(w) + \operatorname{Im}(w) \leq 0$.

(b) Sea $C = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) = 0\}$ y sea $\widetilde{C}$ la imagen de C bajo la transformación $w = \dfrac{az+1}{z+b}$, $a, b \in \mathbb{C}$, $ab \neq 1$. Indicar valores de a y b para que $\widetilde{C}$ sea:

(i) Una recta que pase por el punto $w = i$.

(ii) Una circunferencia que pase por el punto $w = 0$.

---

3. (a) ¿Entregó el resumen de la Nota de Aplicación? Sí/No.

(b) Sean $f(t)$ y $g(t)$ dos funciones continuas a tramos y ambas acotadas por $3\,e^{2t}$ para todo t real. Sean $F(s)$ y $G(s)$ sus respectivas transformadas de Laplace.

(i) Indique una región donde pueda asegurar que $F(s)$ y $G(s)$ sean analíticas.

(ii) Usando la definición, muestre que la transformada de Laplace de $2if(t) - 3g(t)$ es $2iF(s) - 3G(s)$, ¿para qué valores de s vale esta propiedad?

(c) Sea $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}(n\pi x)$, el desarrollo en serie de senos de la función $f(x) = x^2$, $0 \leq x \leq 1$. Grafique la función suma en el intervalo $[-2, 2]$ e indique el orden de decrecimiento de los coeficientes b_n. ¿La serie converge uniformemente en $[-2, 2]$?

Ejercicio	T5	T6	Ej.1	Ej.2	Ej.3
Nº de hojas entregadas					