SEGUNDO PARCIAL FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA (11/12/2009)

APELLIDO Y NOMBRE:	
LEG. Nº:	NOTA:

Justifique sus respuestas,entregue los dos ejercicios en hojas separadas y escriba su nombre en cada hoja

1. (a) Calcular:
   i. $\mathcal{L}\{h(t-2)(t-2)\sinh(t-2)\}(s)$
   ii. $\mathcal{L}^{-1}\{\frac{se^{-\pi s/2}}{s^2+9}\}(t)$

   (b) Resolver la siguiente ecuación diferencial con valores iniciales $y(0)=0, y'(0)=0$

$$y'' + 2y' + 2y = e^{2t}$$

   (c) Determine y clasifique las singularidades de: $f(z) = \frac{z^2+(1-i)z-i}{(z+i)^3(z-i)}$

   (d) Calcular: $\int_{|z|=2} \frac{z^2+(1-i)z-i}{(z+i)^3(z-i)}\, dz$

2. (a) Dada la función de período 6:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{Si } -3 \leq x < -2 \text{ ó } 2 \leq x < 3 \\ -x^2 & \text{Si } -2 \leq x < 0 \\ x^2 & \text{Si } \quad 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

   Determinar cuál de las siguientes opciones es la correcta para obtener su desarrollo en Serie de Fourier (justificar su elección)y decir que sucede con los a_n.
   i. $b_n = \frac{2}{3}\int_0^2 x^2 \sin(nx)dx$
   ii. $b_n = \frac{2}{3}\int_0^2 x^2 \sin(\frac{n\pi x}{3})dx$
   iii. $b_n = \frac{1}{6}(\int_{-2}^0 -x^2 \sin(\frac{nx}{6})dx + \int_0^2 x^2 \sin(\frac{nx}{6})dx)$
   iv. Ninguna de las anteriores es correcta.

   (b) La Serie de Fourier de $f(x) = x$ en $-\pi \leq x < \pi$, período 2π es:

$$f(x) \sim 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}\frac{\sin(kx)}{k}$$

   i. Usando el desarrollo dado para $f(x)$, hallar el desarrollo de $h(x) = x^2$ en $-\pi \leq x < \pi$, período 2π
   ii. Hallar los valores de las Series de Fourier de $f(x)$ y $h(x)$ en $x = \pi$

   (c) Dada $f(z) = \frac{1}{(z-1-2i)(z-2)}$
   i. Determine las regiones de los distintos desarrollos posibles en Series de Laurent en potencias de $(z-1)$.
   ii. Halle el desarrollo para la región que contiene al $(1+\frac{3}{2}i)$

   (d) Halle la región de convergencia de la siguiente Serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{z^{n+1}}{(z-i)^n}$$