Transformada de Fourier en procesamiento digital de Imágenes

Funciones de Variable Compleja

Por: Franco Vela

Estudiante de Ingeniería Electrónica
Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina
Franco.vela@hotmail.com.ar
Marzo 2013

Resumen: En el presente trabajo se muestra cómo se utiliza la Transformada de Fourier para el procesamiento digital de imágenes tal como en los televisores de alta definición y cámaras digitales. En principio se dará una breve introducción conceptual de a lo que Transformada de Fourier se refiere y luego se profundizará en la aplicación que se le da en ingeniería. Para poder comprender más fácilmente estos conceptos se usarán tablas y ejemplos.

*Palabras clave:*Procesamiento de Imágenes, Señales, Transformada de Fourier, Digital.

I. INTRODUCCIÓN

Antes de proceder a la profundización en la aplicación, es necesario tener claro que define a la Transformada de Fourier.
A principios del siglo XIX, Joseph Fourier indica que toda función periódica puede ser expresada como una suma infinita de senos y cosenos en distintas frecuencias.
En Funciones de Variable Compleja, la **transformada de Fourier**es una aplicación que hace corresponder a una función *f*, con valorescomplejos y definida en la recta, con otra función *g* definida de la manera siguiente:

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x} dx$$

La transformada de Fourier es básicamente el espectro de frecuencias de una función. Un buen ejemplo de eso es lo que hace el oído humano, ya que recibe una onda auditiva y la transforma en una descomposición en distintas frecuencias (que es lo que finalmente se escucha). El oído humano va percibiendo distintas frecuencias a medida que pasa el tiempo, sin embargo, la transformada de Fourier contiene todas las frecuencias contenidas en todos los tiempos en que existió la señal; es decir, en la transformada de Fourier se obtiene un sólo espectro de frecuencias para toda la función.

II. DESARROLLO

El **procesamiento digital de imágenes** es el conjunto de técnicas que se aplican a las imágenes digitales con el objetivo de mejorar la calidad o facilitar la búsqueda de información.
El **proceso de filtrado** es el conjunto de técnicas englobadas dentro del pre-procesamiento de imágenes cuyo objetivo fundamental es obtener, a partir de una imagen origen, otra final cuyo resultado sea más adecuado para una aplicación específica mejorando ciertas características de la misma que posibilite efectuar operaciones del procesado sobre ella.

Los principales objetivos que se persiguen con la aplicación de filtros son:

- Suavizar la imagen: reducir la cantidad de variaciones de intensidad entre píxeles vecinos.
- Eliminar ruido: eliminar aquellos píxeles cuyo nivel de intensidad es muy diferente al de sus vecinos y cuyo origen puede estar tanto en el proceso de adquisición de la imagen como en el de transmisión.
- Realzar bordes: destacar los bordes que se localizan en una imagen.

- Detectar bordes: detectar los píxeles donde se produce un cambio brusco en la función intensidad.

Por tanto, se consideran los filtros como operaciones que se aplican a los píxeles de una imagen digital para optimizarla, enfatizar cierta información o conseguir un efecto especial en ella.
El proceso de filtrado puede llevarse a cabo sobre los dominios de frecuencia y/o espacio.

Los **filtros de frecuencia** procesan una imagen trabajando sobre el dominio de la frecuencia en la Transformada de Fourier de la imagen. Para ello, ésta se modifica siguiendo el Teorema de la Convolución correspondiente:

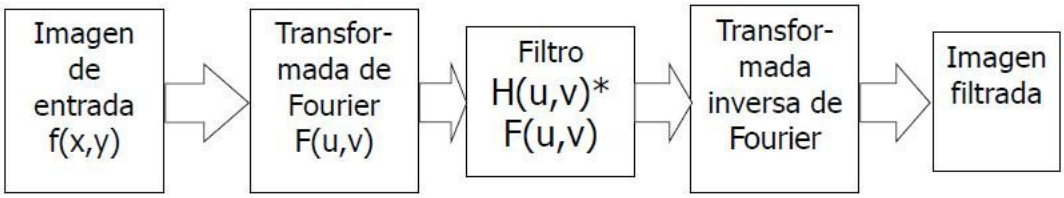
1. se aplica la Transformada de Fourier,
2. se multiplica posteriormente por la función del filtro que ha sido escogido,
3. para concluir re-transformándola al dominio espacial empleando la Transformada Inversa de Fourier, donde tenemos que: $f(t) = \frac{1}{2\pi} V.P.C \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} e^{st} F(S) ds$

Teorema de la Convolución (frecuencia): $G(u,v) = F(u,v) * H(u,v)$

F(u,v): transformada de Fourier de la imagen original.

H(u,v): filtro atenuador de frecuencias.

Como la multiplicación en el espacio de Fourier es idéntica a la convolución en el dominio espacial, todoslos filtros podrían, en teoría, ser implementados como un filtro espacial.



El análisis de Fourier de una señal permite determinar sus frecuencias, pero a costa de perder la información de tipo temporal. (No dice cuando aparece cada frecuencia)
En el caso de las imágenes, las “señales” corresponden a los niveles de gris o intensidad de las diferentes filas o columnas de la matriz imagen.

Imagen Original

Transformada de Fourier inversa de la convolución

Tipos de filtros de frecuencia

Existen básicamente tres tipos distintos de filtros que pueden aplicarse:

- **Filtro paso bajo:** atenúa las frecuencias altas y mantiene sin variaciones las bajas. El resultado en el dominio espacial es equivalente al de un filtro de suavizado, donde las altas frecuencias que son filtradas se corresponden con los cambios fuertes de intensidad. Consigue reducir el ruido suavizando las transiciones existentes.
- **Filtro paso alto:** atenúa las frecuencias bajas manteniendo invariables las frecuencias altas. Puesto que las altas frecuencias corresponden en las imágenes a cambios bruscos de densidad, este tipo de filtros es usado, porque entre otras ventajas, ofrece mejoras en la detección de bordes en el dominio espacial, ya que estos contienen gran cantidad de dichas frecuencias. Refuerza los contrastes que se encuentran en la imagen.
- **Filtro paso banda:** atenúa frecuencias muy altas o muy bajas manteniendo una banda de rango medio.

Imagen de TF de un filtro pasa bajos

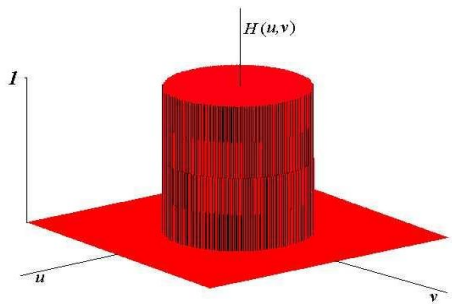
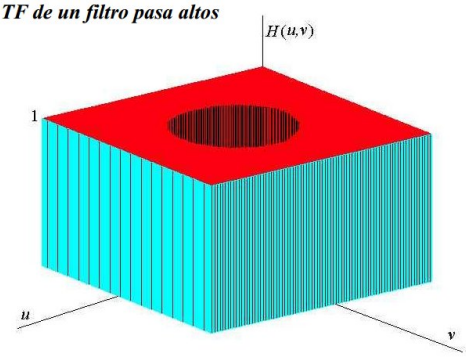
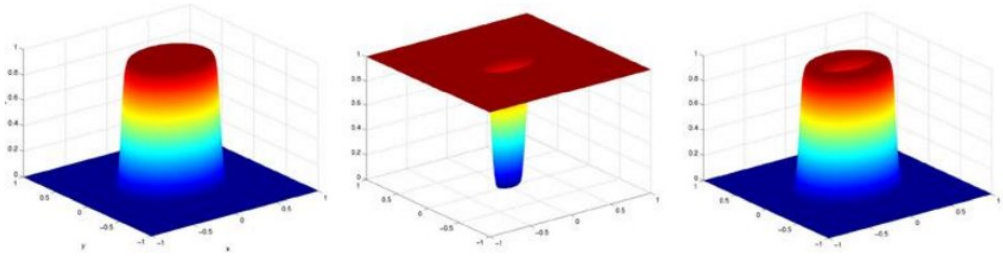


Imagen de TF de un filtro pasa altos



Filtros pasa banda:



III. Otras Aplicaciones

La transformada de Fourier se utiliza para pasar al dominio de la frecuencia una señal para así obtener información que no es evidente en el dominio temporal. Por ejemplo, es más fácil saber sobre qué ancho de banda se concentra la energía de una señal analizándola en el dominio de la frecuencia. También sirve para resolver ecuaciones diferenciales con mayor facilidad y, por consiguiente, se usa para el diseño de controladores clásicos de sistemas realimentados si conocemos la densidad espectral de un sistema y la entrada podemos conocer la densidad espectral de la salida. Esto es muy útil para el diseño de filtros de radiotransistores.

IV. Conclusiones

Luego de la realización del presente trabajo concluyo que la aplicación de la Transformada de Fourier en el procesamiento digital de imágenes es un método muy efectivo y simple que se puede utilizar en cualquier programa realizado, corrido en cualquier PC.
Si hacemos un análisis de las ventajas y desventajas de la aplicación de dicho elemento, claramente podemos observar que son mayores las positivas que lasnegativas:

Ventajas:

- Método simple y sencillo de implementar.
- Fácil asociación del concepto de frecuencia con ciertas características de la imagen; cambios de tonalidad suaves implican frecuencias bajas y cambios bruscos frecuencias altas.
- Proporciona flexibilidad en el diseño de soluciones de filtrado.
- Rapidez en el filtrado al utilizar el Teorema de la Convolución.

Desventajas:

- Se necesitan conocimientos en varios campos para desarrollar una aplicación para el procesamiento de imágenes.
- El ruido no puede ser eliminado completamente.

Simplemente con cursar la asignatura de Funciones de Variable Compleja y un curso de pascal podríamos hacer un programa sencillo que, en gran parte, mejore las tonalidades en las fotos en blanco y negro.

REFERENCIAS

[1] G. James, "Matemáticas Avanzadas para Ingeniería", Pearson Educación, 2002.

[2] Prof. Guillermo Calandrini, "Guía de Definiciones y Teoremas estudiados en el curso de Funciones de Variable Compleja", pp. 95-99, 2012.

[3] Internet: http://www2.elo.utfsm.cl/~elo328/pdf1dpp/PDI09_Frecuencia_1dpp.pdf

[4] "*Wikipedia, La enciclopedialibre*" [internet], disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/Procesamiento_digital_de_imágenes