Procesamiento de Imágenes Digitales

Pade, Alex Ivan

Estudiante de Ingeniería en Sistemas de Computación
Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina
alexip005@gmail.com
Diciembre 2015

Resumen: En este informe, se desarrollará el concepto de Imagen Digital, explicando en qué consiste la digitalización de una imagen. En La Transformada de Fourier se utiliza en un amplio rango de aplicaciones, tales como el análisis, filtrado, reconstrucción y compresión de imágenes. En este trabajo se analiza la aplicación de la transformada de Fourier en una imagen, por ejemplo, para acentuar o disminuir ciertos aspectos de la misma en un filtrado.

Palabras clave: Transformada de Fourier, procesamiento, imágenes digitales, filtro.

I. INTRODUCCION

A principios del siglo XIX, Joseph Fourier indica que toda función periódica (continua a tramos, con derivada continua a tramos) puede ser expresada como una suma infinita de senos y cosenos de distintas frecuencias de la siguiente manera.

$$\frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \mathrm{sen} nx)$$

donde

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx,$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\,dx \quad n = 1, 2, ...$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\mathrm{sen} nx\,dx \quad n = 1, 2, ...$$

O en su forma compleja

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n e^{inx}$$

Si la función no es periódica, pero es absolutamente integrable en ( ), en lugar de la serie se puede utilizar la integral de Fourier, o la transformada de Fourier:

—

Esta expresión nos permite calcular (Dominio de frecuencia) a partir de (Dominio de tiempo). A la función se la denomina, transformada de Fourier de .

El análisis de Fourier de una señal permite determinar sus frecuencias. En el caso de las imágenes, las “señales” corresponden a los niveles de intensidad de las filas o columnas de la matriz de la imagen.

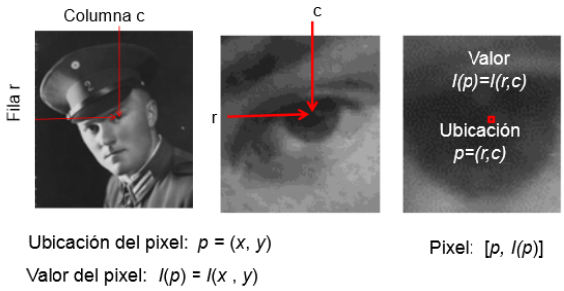
Una imagen digital es una representación que se refiere directamente a la intensidad luminosa de puntos de un espacio, se dice que una imagen es una representación en el dominio del espacio. Existen otras representaciones que no están en el dominio del espacio, estas, se dicen que están en el dominio de frecuencia,

las cuales detallan con cuanta frecuencia se repiten ciertos patrones en una imagen, consiguiendo representar la información de tal imagen. Esta representación puede ser útil, ya que teniendo la frecuencia de repetición de tales patrones, se pueden detectar y alterar elementos presentes en las imágenes, como ruidos, contornos o texturas.

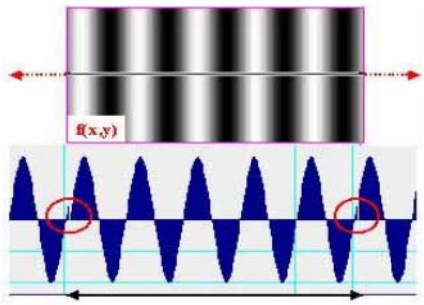
II. DESARROLLO

A. La Imagen Digital

Una imagen puede considerarse como una función de 2 variables. Las variables, son las coordenadas X e Y de un pixel, y el valor de la función es el valor del pixel

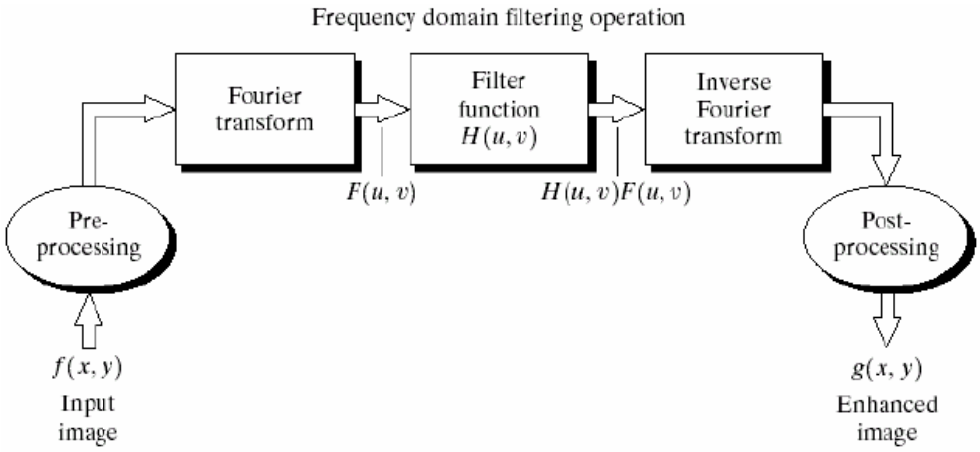


El concepto de Frecuencia, se refiere a la frecuencia con la que una señal, varia como una función de las coordenadas espaciales, como mencione antes, en el caso de las imágenes, las "señales" corresponden a los niveles de gris, o intensidad de las diferentes filas o columnas de la matriz de la imagen.



B. Filtrado

Una imagen, se puede filtrar en el dominio de la frecuencia, o en el dominio del espacio. Los filtros en el dominio de frecuencia se usan, principalmente, para eliminar altas o bajas frecuencias de la imagen, lo que se traduce en suavizar la imagen, o bien, realzar o detectar bordes.



Los pasos a seguir son:

- Se multiplica cada entrada f(x,y) por .
- Se transforma la imagen en su dominio de la frecuencia mediante la transformada discreta de Fourier F(u,v). (TDF)
- Se multiplica por un filtro de frecuencia H(u,v) para cada (u,v): G(u,v)=H(u,v)F(u,v).
- Se calcula la inversa de la TDF de G(u,v) (tomando la parte real), volviendo así al dominio del espacio.
- Se vuelve a multiplicar por .

Transformada Discreta de Fourier:

$$F(u,v) = \Im(f(x,y)) = \frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)e^{-j2\pi(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N})}$$

Inversa de la Transformada Discreta de Fourier:

$$f(x,y) = \Im^{-1}(F(u,v)) = \sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} F(u,v)e^{j2\pi(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N})}$$

Trabajar con la Transformada de Fourier en una computadora involucra utilizar la TDF, existen dos razones principales por lo que es así:

- La entrada y salida de la TDF son ambas discretas, lo cual lo hace conveniente para manipulación por computadora.
- Existe un algoritmo rápido para calcular la TDF conocido como transformada rápida de Fourier

Hay un paralelismo entre una imagen y su espectro de frecuencias, esto es, las imágenes que varían gradualmente tienen bajas frecuencias, mientras que aquellas imágenes con mucho detalle y bordes nítidos, tienen altas frecuencias espaciales.

C. Tipos de filtros

Los filtros de frecuencia procesan una imagen trabajando sobre el dominio de la frecuencia en la en la Transformada de Fourier de la imagen, para ello, se aplica la Transformada de Fourier, para luego multiplicar por la función del filtro que se ha elegido, concluyendo re-transformándola empleando la transformada inversa de Fourier. Se modifica la T. de Fourier de la imagen multiplicando por una cierta función que hará atenuar las bajas o altas frecuencias, según sea el interés. Estas funciones son llamados 'filtros'.

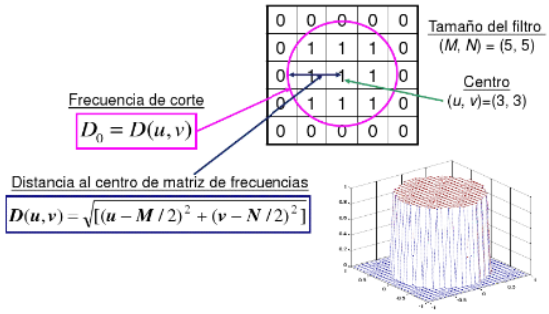
Filtros pasa bajos: Atenúan las componentes de media-altas frecuencias y dejan intactas las bajas en función de la frecuencia de corte que se elija. Eliminan todo lo que no sean variaciones suaves de nivel de gris.

El filtro pasa bajos más sencillo es el filtro ideal de pasa bajos:

$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & si\ D(u,v) \le D_0 \\ 0 & si\ D(u,v) > D_0 \end{cases}$$

D(u,v) es la distancia euclidea de (u,v) al origen del plano de frecuencias. Suprime las altas frecuencias mayores a un cierto valor (frecuencia de corte) dejando a las demás como están.

Imagen ejemplo, de una matriz de 5x5 donde se dejan pasar las frecuencias del centro de 3x3:



Filtros pasa altos: Atenúan las componentes de baja frecuencia y dejan intactas las medias-altas en función de la frecuencia de corte. Se usan para quedarse con las propiedades de la imagen donde los niveles varían bruscamente.

El filtro pasa altos más sencillo es el filtro ideal de pasa altos:

$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & si\ D(u,v) \le D_0 \\ 1 & si\ D(u,v) > D_0 \end{cases}$$

D(u,v) es la distancia euclidea de (u,v) al origen del plano de frecuencias. Suprime las frecuencias menores o iguales a un cierto valor (frecuencia de corte) y deja las demás como están.

Filtros pasa banda: Atenúan las altas y bajas frecuencias, pero mantiene intactas las frecuencias que se encuentren en una banda determinada. En el caso del filtro ideal, solo deja pasar las frecuencias que están entre dos frecuencias de corte. Se puede obtener un filtro de banda multiplicando un filtro pasa bajos por un pasa altos, en el que la frecuencia de corte del pasa bajo sea superior a la del pasa altos. El opuesto a este filtro, sería el del "rechazo de banda" en el que se atenúan las frecuencias dentro de la banda pero se mantienen las que están fuera de ella.

III. CONCLUSION

La transformada de Fourier se aplica en múltiples aspectos de la ingeniería, en este informe se presento su utilización en una imagen, específicamente en la noción de filtros, donde, aplicando la transformada de Fourier seguido de una determinada función, podemos dejar pasar algunas frecuencias, y rechazar otras, realzando algunos aspectos de la imagen original. Esto es un método sencillo, y fácil de implementar computacionalmente, por lo que resulta muy útil a la hora de efectuar cálculos matemáticos para el procesamiento de una imagen.

REFERENCIAS

[1] Prof. Guillermo Calandrini "Guía de Definiciones y Teoremas estudiados en el curso de Funciones de Variable Compleja", 2014.
[2] Internet: http://ingenieria.uatx.mx/mcic-vision-artificial/files/2011/04/Dominio-de-la-Frecuencia_01_Abril_2011.pdf "Mejora de la imagen en el dominio de la frecuencia: Transformada de Fourier".
[3] Guardado Medina, Ramón Osvaldo, Vallin Gonzales, Donato. "Transformada de Fourier en aplicación en el diseño de filtros digitales para el procesamiento de imágenes." Centro Universitario de la Costa Sur, Autlan de Navarro Jalisco, México.