Fourier en las Telecomunicaciones

Mariano Maisonnave

Estudiante de Ingeniería en Sistemas de Computación
Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina
maiso.m@hotmail.com
Agosto 2013

Resumen: Las herramientas matemáticas como la Transformada de Fourier se volvieron vitales en las Ciencias de la Computación y de la Telecomunicación. En este informe se presentan alguno de los usos de las mismas para el manejo y transmisión de señales.

En la presente nota se presentan los 3 conceptos básicos para la transmisión de datos, la ***modulación****, la* ***demodulación*** *y el* ***filtrado*** *en el dominio de la frecuencia. También se ven otros usos y herramientas matemáticas en estos campos como el uso de la convolución y la utilidad de la* ***teoría del muestreo.***

Palabras clave: Frecuencia, modulación, Transformada de Fourier, dominio.

I. INTRODUCCIÓN

La idea principal de la transformada de Fourier es permitirte transformar una señal del domino del tiempo o el espacio al de la frecuencia para así obtener información que no es evidente en el dominio temporal como por ejemplo es más fácil saber sobre qué ancho de banda se concentra la energía de una señal analizándola en el dominio de la frecuencia. O su proceso inverso, de la frecuencia al dominio temporal, mediante su anti transformada.

Si bien en sus inicios Fourier nació para los campos de la física y la matemática con el paso del tiempo y el advenimiento de las tecnologías de la comunicación se les encontró utilidades en la descripción de estos fenómenos físicos propios de la comunicación, como son el comportamiento de ondas, dando así lugar a la transferencia de datos como la conocemos hoy en día.

El proceso para hallar la Transformada de Fourier si bien era un cálculo pesado con la llegada de las computadoras y los diferentes software permitieron que esta desventaja no fuera más un limitante y logro así que el uso de Transformadas realmente fuera una ventaja y no una tarea tediosa permitiendo sacar el potencial de la misma y dar crecimiento a estas teorías y permitir avances en la tecnología.

II. DESARROLLO DEL ARTICULO:

A. PROCESO DE TRANMISION:

La ejecución de la modulación, la demodulación y el filtrado son los procesos por los cuales una señal portadora de información puede combinarse con otras señales para transmisión a lo largo de un canal, y luego recuperarla de tal manera que la información transmitida pueda extraerse.

Suponiendo la posibilidad de que el canal utilizado para transmitir tenga ruido se deben usar las técnicas de filtrado en el domino de la frecuencia, como antes mencionamos para trabajar en este dominio es necesaria la **Transformación de Fourier.**

Cuando varias señales tienen que ser transmitidas al mismo tiempo, a lo largo de un solo canal, una solución es el uso de la **modulación de amplitud**.

B. ECUACION QUE VINCULA LOS DOMINIOS:

Como ya se nombró antes, la ecuación que vincula una función del tiempo o espacio con el dominio de la frecuencia es la Transformada de Fourier. Que tiene la forma:

$$\mathcal{F}(w) = \Phi[f(x)]_{(w)} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-iwx}\,dx \qquad (1)$$

Donde $f(x)$ es una función en el dominio del tiempo o el espacio y la nueva función $\mathcal{F}(w)$ es la función del dominio de la frecuencia. El efecto de esta transformación se puede ver claro en la Figura 1.

C. INSTANCIAS DEL PROCESO DE TRANSMITIR:

i. Modulación y transmisión:

El primer, y obvio, paso es el de la generación de la señal y la parte de transmisión de todo el proceso. Es el proceso que te permiten las herramientas matemáticas de Fourier de transformar algo del espacio tiempo al espacio de frecuencias para ser transmitido.

ii. Identificación y aislamiento de la señal portadora de información:

Nuevamente la intervención de la Transformada de Fourier y sus aplicaciones son para cada cambio de dominio necesario durante el proceso.

Primero se examina el espectro de señal recibida, se intenta identificar y aislar a las señales portadoras y sabemos que la más baja porta la señal que deseamos extraer. Se diseña el filtro adecuado que función en el dominio de la frecuencia para aislar la onda portadora seleccionada antes de usar la operación de demodulación para extraer la información.

iii. Estado de demodulación y recuperación de señales finales:

Estas últimas etapas constan de una serie de operaciones que se hacen en los distintos dominios, aunque mayormente en el de la frecuencia, para reducir el ruido para finalmente hacer la transformación de la frecuencia) al dominio del tiempo y analizar lo obtenido lo cual debería coincidir con lo enviado en gran medida siempre que haya poco ruido agregado por el canal de transmisión.

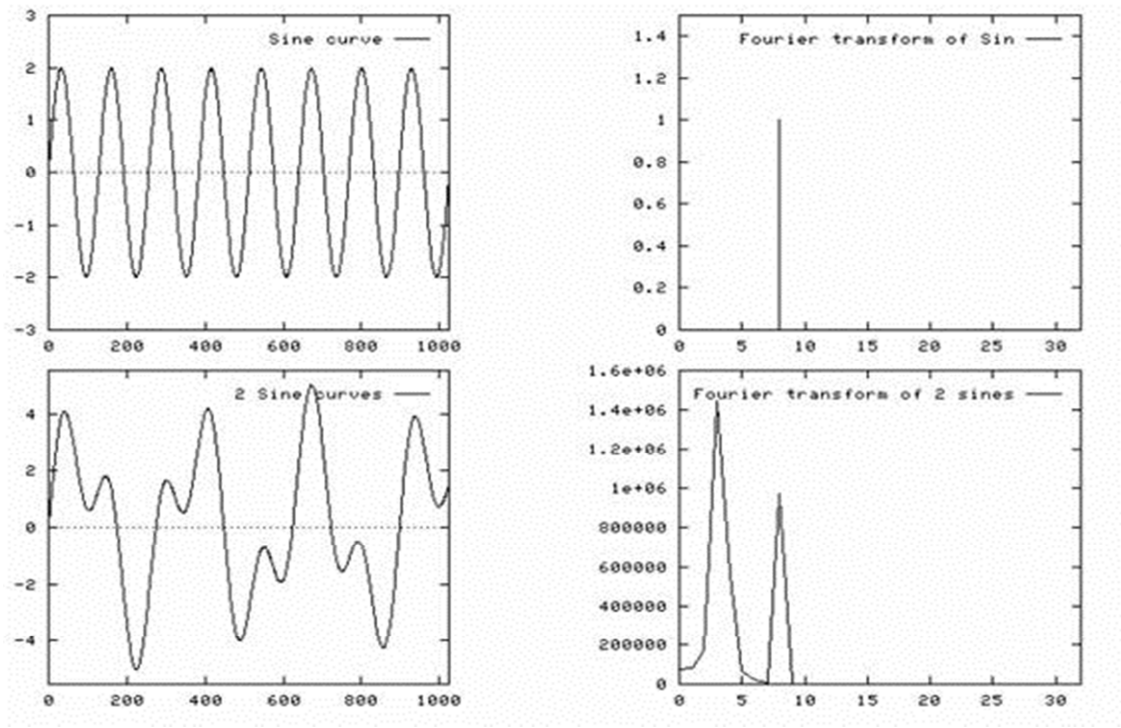

Figura 1: funciones periódicas del lado izquierdo y su correspondiente Transformada de Fourier.

D. CONVOLUCIÓN DE DOS SEÑALES:

Hace referencia a un operador matemático expresado con el símbolo del asterisco (*) y la cual nos permite que dos funciones, supongamos f y g generen una tercer función. Es decir nos permite relacional tres señales, usualmente, la señal de entrada, la respuesta al impulso y la señal de salida.

$$f * g = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) g(t - x)\, dx \tag{2}$$

E. RELACION ENTRE LA TRANSFORMADA Y LA CONVULUCIÓN:

Como ya vimos muchos trabajos se hacen sobre distintos dominios por lo que existen una gran cantidad de teoremas que apoyan las herramientas matemáticas para el trabajo de señales como el **teorema de convolución en frecuencia (4)** y el **teorema de convolución en el tiempo (5)** ecuaciones que permiten trabajar en los distintos dominios y con esta flexibilidad se pueden resolver problemas de distintas formas de acuerdo a la conveniencia o facilidad de cálculo.

$$\Phi^{-1}[\mathcal{F}_1(w) * \mathcal{F}_2(w)] = 2\pi f_1(t) f_2(t) \tag{3}$$

Ó lo que es lo mismo

$$\mathcal{F}_1(w) * \mathcal{F}_2(w) = 2\pi\Phi[f_1(t) f_2(t)] \tag{4}$$

Donde

$$\Phi^{-1}[\mathcal{F}_1(w)] = f_1(t)\ ;\ \ \Phi^{-1}[\mathcal{F}_2(w)] = f_2(t)$$

O también el **teorema de convolución en el tiempo**

$$\Phi[f(t) * g(t)] = \Phi[f(t)]\Phi[g(t)] \tag{5}$$

F. OTRAS UTILIDADES, TEORIA DEL MUESTREO:

Esta teoría busca convertir una señal analógica en una secuencia de números separados uniformemente en el tiempo o reconstruir una señal periódica a partir de sus muestras. Es importante elegir correctamente este periodo de espaciado al realizar la primer operación para que la secuencia represente a una única, en lo posible, señal analógica original con el objetivo de evitar ambigüedades.

Como vemos nuevamente a la transformada nuevamente nos permite movernos entre distintos dominios los cuales resultan beneficiosos para las distintas operaciones que se les debe aplicar a cada dominio, por ejemplo la principal utilidad de estas herramientas radica en la posibilidad de digitalizar señales.

III. CONCLUSIONES:

Como se puede observar la transformada de Fourier con su especial utilidad del cambio de dominio nos brindan las herramientas y técnicas para la transmisión de datos.

Técnicas que permiten mejor aprovechamiento de los múltiples canales de comunicación actuales, que los hay en cantidad, para posibilitar transmitir más información en forma simultánea reduciendo la necesidad de cortos mensajes con mucha retransmisión dado a los posibles ruidos de los canales.

Hoy en día la transmisión de mensajes no es un asunto trivial, ya que la comunicación del mundo actual es crucial en muchos aspectos. Tanto de la vida cotidiana de cada persona como el desempeño económico de países y empresas, de esta manera este asunto se posiciona entre las prioridades del mundo moderno. Cualquier técnica para mejorar cualquier aspecto o campo de la misma es de vital utilidad.

REFERENCIAS

[1] J. Glyn. “Matemáticas Avanzadas para Ingeniería”, Pearson Educación, 2002.

[2] C.A Zambrano y W.A MENDEZ MORENO. "Análisis teórico y aplicaciones de la Transformada de Fourier en la Ingeniería”.

[3] Wikipedia, *La enciclopedia libre*, [internet], disponible en http://en.wikipedia.org/wiki, [acceso el 14 de agosto de 2013].