Teorema de Nyquist en el estudio de la estabilidad del Sistema de Control

Lionel Valacco

Estudiante de Ingeniería Electrónica
Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina
Lionel.valacco@gmail.com
Agosto de 2013

Resumen: En este informe se abordará el uso del criterio de Nyquist para el estudio de la estabilidad en los sistemas de control. Dicho criterio surge del principio de variación del argumento estudiado en la cátedra de Funciones de Variable Compleja.

Palabras clave: función transferencia, variación argumento, Nyquist, sistema de control.

I. INTRODUCCIÓN

Dentro del amplio abanico de asignaturas que se dictan en la carrera de *Ingeniería Electrónica* se encuentra *Fundamentos de Sistemas de Control realimentado.* En ella se aplican varios temas aprendidos en la cátedra de *Funciones de Variables Compleja*, en particular en este informe se explicará cómo se usa el Principio de Variación del Argumento en Teoría de Control.

Para analizar el comportamiento dinámico de un sistema, que por ejemplo puede ser físico, mecánico, eléctrico, etc., se utilizan modelos con función transferencia que relaciona entradas y salidas usando Transformada de Laplace. En los sistemas de control de lazo cerrado, como se podrá observar en la *Figura 1*, se realimenta la salida *Y(s)* y se compara con la entrada *R(s)*, cuya diferencia es la señal que actúa sobre el sistema de rama directa, planta, o de lazo abierto, *K.G(s).* Será necesario garantizar la estabilidad del sistema de lazo cerrado conociendo a priori la planta. Para ello, utilizaremos el criterio de Nyquist que nos permitirá corroborar la estabilidad de estos sistemas.

II. CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST

A. Nociones Básicas

El criterio de estabilidad de Nyquist se basa en el sistema de lazo cerrado *(ver Figura 1)* cuya función de transferencia a lazo cerrado es:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K \times G(s)}{1 + K \times G(s)} \tag{1}$$

Teniendo en cuenta que *Y(s)* es la salida del sistema, *R(s)* es la entrada del sistema, *G(s)* es la función de transferencia expresada como cociente de ceros sobre polos y *K* es el valor de ganancia.

Para la estabilidad, todas las raíces de la ecuación $1 + K\,G(s) = 0$ deben estar en el semiplano izquierdo del plano s. Dicho criterio permite relacionar la respuesta en frecuencia a lazo abierto, con el número de ceros y polos de $1+K\,G(s)$ que se encuentran en el semiplano derecho del plano s.

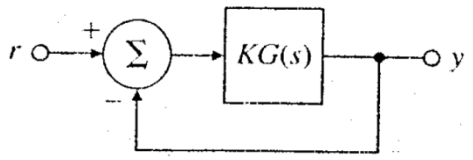

Figura 1 : Sistema de Control de Lazo Cerrado

A la hora de diseñar un sistema de control, suele suceder que se desconocen las expresiones matemáticas para algunos componentes y sólo se cuenta con sus datos de respuesta en frecuencia. En estos casos el criterio de estabilidad de Nyquist nos permitirá determinar gráficamente la estabilidad absoluta del sistema en lazo cerrado a partir de las curvas de respuesta en frecuencia de lazo abierto, sin que sea necesario determinar los polos de lazo cerrado.

B. Teorema del Mapeo y Principio de Variación del Argumento

La base del Criterio de estabilidad de Nyquist radica en el Teorema del Mapeo y el Principio de Variación del Argumento.

Con respecto a la aplicación del Teorema del Mapeo, se deberá realizar un análisis de estabilidad de sistema de control lineales suponiendo un contorno cerrado en el plano s que encierra todo el semiplano derecho de éste. El contorno está formado por el eje $J\omega$ completo, de $\omega = -\infty$ a $+\infty$, y una trayectoria semicircular de radio infinito en el semiplano derecho del plano s. Dicho contorno se conoce con el nombre de Trayectoria de Nyquist. (*Ver Figura 2*)

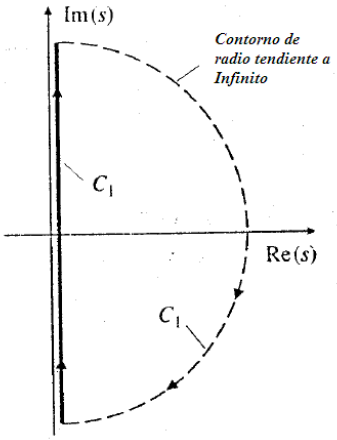

Figura 2 : Trayectoria de Nyquist.

Por otro lado, cuando hablamos del Principio de Variación del Argumento, hacemos referencia a que se deberá tener en cuenta el número de enciclamientos del origen que es igual al número de ceros menos número de polos contenidos en una curva cerrada.

Por una cuestión de practicidad se utilizará la siguiente variante o reformulación de dicho principio, el cual considerará los enciclamientos de *-1* en lugar del origen.

$$KG(s) = -1 \tag{2}$$

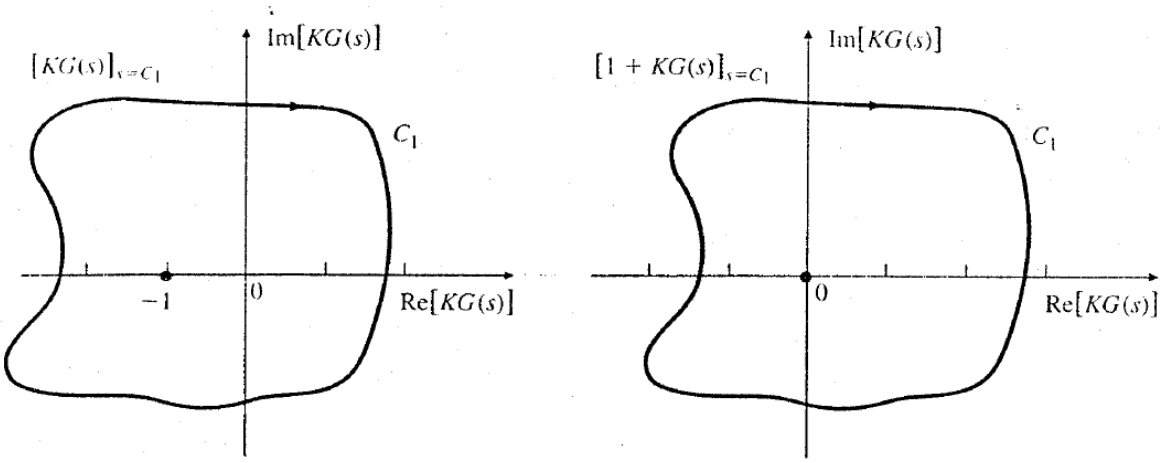

Figura 3 : Gráfica de Nyquist de KG(s) y 1+ KG(s)

C. Procedimiento para graficar Nyquist

Paso 1: Graficar *KG(s)* para $-J\infty \leq s \geq +j\infty$, repetir esto para *KG(jω)* con ω variando desde cero hasta infinito. Luego reflejar la imagen sobre el eje x y agregarlo a la grafica anterior. Una vez concluido, considerar un semicírculo de radio infinito con centro en el origen cubriendo el semiplano derecho como puede observarse en la *Figura 2.*

Paso 2: Evaluar el número de enciclamientos de *–1* y llamarlo *N*, para ello, trazar una línea recta en cualquier dirección de –1 a ∞ y contar el número neto de cruces de dicha línea de izquierda a derecha de *KG(s)*, si los enciclamientos son en sentido contrario a las agujas del reloj *N* es negativo.

Paso 3: Determinar el número de polos inestables de *G(s)* y llamarlos *P*.

Paso 4: Calcular el número de polos inestables de lazo cerrado *Z: Z=N+P*.

D. Conclusión

En este informe se trató de demostrar la facilidad que brinda el uso del Criterio de Nyquist a la hora de determinar la estabilidad de los sistemas de control realimentado.

BIBLIOGRAFÍA

G. Calandrini, *"Guía de definiciones y teoremas estudiados en el curso de Funciones de Variable Compleja"*, 1er cuatrimestre, 2013.
G. F. Franklin y J. D. Powell, *"Feedback control of dynamic system,"* Third Edition, Ed. Addison Wesley Publishing Company, 1993.
K. Ogata, *"Ingeniería de Control Moderna,"* Cuarta edición, Ed. Pearson Educación S.A, Madrid, 2013.