Representación de Impedancias en Circuitos de Corriente Alterna

Leonardo C. Cortes

Estudiante de Ingeniería Electrónica
Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina
Eq17leonardo@gmail.com
Agosto 2012

Resumen: En este artículo se hará un repaso de circuitos básicos formados por resistencias (R), condensadores (C) y bobinas (L), cuando se los alimentan con una fuente de tención alterna senoidal. En Corriente alterna aparecen 2 nuevos conceptos relacionados con la oposición de la corriente eléctrica, se Trata de la reactancia y la impedancia. En cuanto a la admitancia es la llamada conductividad en corriente continua, solo que al estar conectado a una fuente alterna, esta conductividad lo llamamos admitancia.

Palabras clave: Impedancia, Reactancia, Admitancia.

I. INTRODUCCIÓN

En Corriente alterna, la oposición al paso de la corriente eléctrica tiene 2 componentes, una real y otra imaginaria. Dicha oposición ya no se llama resistencia sino Impedancia (z)**,** la impedancia se expresa mediante un numero complejo, por ejemplo de la forma a + j b, siendo "a" la parte real y "b" su parte imaginaria. Pues bien, una resistencia presenta impedancia que solo tiene componente real, ya que su componente imaginaria es de valor cero.

Un capacitor presenta una oposición al paso de la corriente eléctrica llamada reactancia capacitiva este tipo de oposición al paso de la corriente eléctrica es de carácter reactivo entendiendo tal como como una "reacción". La naturaleza de este tipo de oposición es de carácter electroestático.

Una bobina presenta oposición al paso de la corriente eléctrica y esta será reactiva de manera similar al caso de capacitivo. Sin embargo la naturaleza de la reactiva inductiva no es de carácter electroestático, sino de carácter electromagnético.

Podríamos preguntarnos como afecta y de que forma esto a un circuito. Generalizando la ley de ohm esto podemos decir que la impedancia es el cociente entre la tención y la intensidad, de esto se puede deducir que estas mismas son también representadas como números complejos.

II. IMPEDANCIA

La impedancia es una magnitud que establece la relación (cociente) entre la tención y la intensidad de corriente. Tiene especial importancia si la intensidad de corriente varía en el tiempo, en cuyo caso, esta, la tención y la propia impedancia se describen como números complejos. La parte real de la impedancia es la resistencia y la parte imaginaria es la reactancia. El concepto de impedancia como ya anticipamos antes generaliza la ley de ohm para el estudio de circuitos de corriente alterna (C.A).

En general, la solución para las corrientes y las tensiones de un circuito formado por resistencias, condensadores e inductancias y sin ningún componente de comportamiento no lineal, son soluciones de ecuaciones diferenciales. Pero, cuando todos los generadores de tensión y de corriente tienen la misma frecuencia constante y sus amplitudes son constantes, las soluciones en estado estacionario (cuando todos los fenómenos transitorios han desaparecido) son sinusoidales y todas las tensiones y corrientes tienen la misma frecuencia que los generadores y amplitud constante. La fase, sin embargo, se verá afectada por la parte compleja (reactancia) de la impedancia.

Si bien no nos vamos a detener en observar como afecta todo lo visto a la intensidad de corrientes y a la tención, vamos a dejar en claro que estas mismas magnitudes se ven afectadas y también se representan con números complejos.

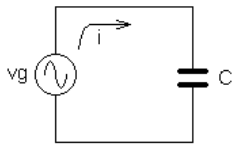

Figura 1: representación de un circuito con una fuente y un capacitor

A. Efecto producido por un condensador en C.A

Este tipo de oposición al paso de la corriente eléctrica es de carácter reactivo, entendiendo tal cosa como una "reacción" que introduce el condensador cuando la tensión que se le aplica tiende a variar lentamente o nada. Cuando el condensador está totalmente descargado se comporta como un cortocircuito. Cuando está totalmente cargado como una resistencia de valor infinito. Para valores intermedios de carga se comportará como una resistencia de valor intermedio, limitando la corriente a un determinado valor. Como en corriente alterna el condensador está continuamente cargándose y descargándose, mientras más lentamente varíe la tensión (frecuencia baja) más tiempo estará el condensador en estado de casi carga que en estado de casi descarga, con lo que presentará de media una oposición alta al paso de la corriente. Para variaciones rápidas de la tensión (frecuencias altas) el efecto será el contrario y por tanto presentará una oposición baja al paso de la corriente. Podemos decir, por tanto, que la naturaleza de este tipo de oposición es de carácter electrostático: la carga almacenada en el condensador se opone a que éste siga cargándose y esta oposición será mayor cuanto más carga acumule el condensador.

$$z=0-jX_C \tag{1}$$

Donde $\mathbf{X_C}$ es la reactancia capacitiva que se calcula así:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \tag{2}$$

Como puede apreciarse, la impedancia que presenta un condensador sólo tiene componente imaginaria reactiva

B. Efecto producido por una bobina en C.A

La bobina presentará oposición al paso de la corriente eléctrica y ésta será reactiva, de manera similar al caso capacitivo. Sin embargo, la naturaleza de la reactancia inductiva no es de carácter electrostático, sino de carácter electromagnético. Una bobina inducirá en sus extremos (debido a su autoinducción) una tensión que se opondrá a la tensión que se le aplique, al menos durante unos instantes. Ello provoca que no pueda circular corriente libremente. Cuanto mayor sea la velocidad de variación de la tensión aplicada mayor valor tendrá la tensión inducida en la bobina y, consecuentemente, menor corriente podrá circular por ella. Así, a mayor frecuencia de la tensión aplicada mayor será la reactancia de la bobina y a menor frecuencia de la tensión aplicada menor será la reactancia de la bobina.

La impedancia que presenta la bobina, y por ende el circuito (Figura 2), será equivalente a la ecuación (4)

$$z = 0 + jX_L \tag{3}$$
$$X_L = 2\,\pi\,f\,L \tag{4}$$

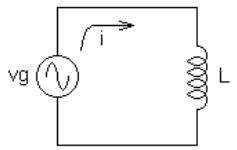

Figura 2: representación de un circuito con una fuente y un inductor

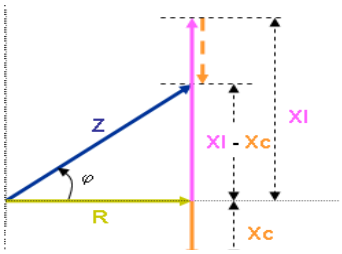

Figura 3: Representación de la impedancia en el plano complejo

C. Representación grafica de la impedancia

Ahora bien, como la impedancia es un numero complejo se podría representar por un punto en el plano complejo. Además, como la resistencia óhmica no puede ser negativa, solo se precisan el primer y el cuarto cuadrante la representación correspondiente se llama diagrama de impedancia (Figura 3).

La resistencia R corresponde a un punto sobre el eje real positivo. Una inductancia o reactancia inductiva X_L se representa por un punto del eje imaginario positivo, mientras que una capacitancia o reactancia capacitiva X_C estará representada por un punto sobre el eje imaginario negativo. En general una impedancia compleja Z se encontrara sobre el primer o el cuarto cuadrante según los elementos que integren el circuito. El argumento de la forma polar Z esta comprendido, según lo dicho entre [-π,π].

D. Circuito RLC en paralelo de C.A

A modo de ejemplo presentaremos un circuito RLC en paralelo alimentado por una fuente de tención alterna (Imagen 4) y graficaremos la impedancia en función de la capacitancia del condensador (C) variando entre [o,∞). (Figura 5)

En primer lugar, vamos a mostrar como se pueden sumar las impedancias de cada uno de los componentes básicos que forman el circuito mostrado en la (Figura 4)

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{-jXc}+\frac{1}{jX}} \tag{5}$$

Luego remplazando X_C y X_L por lo visto anteriormente llegamos a que la impedancia Z es:

$$Z = \frac{jwLR}{j(wL)-w^2RLC+R} \tag{6}$$

A continuación despejamos la capacitancia C en función de la impedancia Z que como ya sabemos es un numero complejo entonces Z= X + j Y

$$C = +\frac{1}{w^2L}+\frac{j}{wR}-\frac{jX+Y}{(X^2+Y^2)w} \tag{7}$$

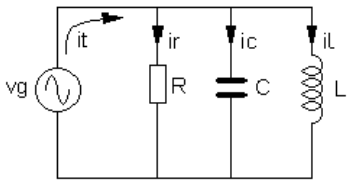

Figura 4: Representación de circuito RLC en paralelo

Figura 5: Representación de la capacitancia variando de [o,∞)

Recordamos que C es un número real que va desde 0 a infinito entonces haciendo la parte imaginaria de C igual a cero.

$$(X - {}^{R}/_{2})^2 + Y^2 = ({}^{R}/_{2})^2 \tag{8}$$

Además haciendo la parte real de C mayor o igual que cero llegamos

$$X^2 + (Y - {}^{wL}/_{2})^2 \geq ({}^{wL}/_{2})^2 \tag{9}$$

Le damos valores a w,L,R. siendo w=20 , L=1 , R=10

$$(x - 5)^2 + Y^2 = (5)^2 \tag{10}$$

$$X^2 + (Y - 10)^2 \geq (10)^2 \tag{11}$$

Finalmente graficamos el círculo de la ecuacion (10) con su respectiva restrincion (11) y podemos observar que la impedancia del circuito queda representada por un arco de circunferencia restringida a la zona sombreada (Figura 6).

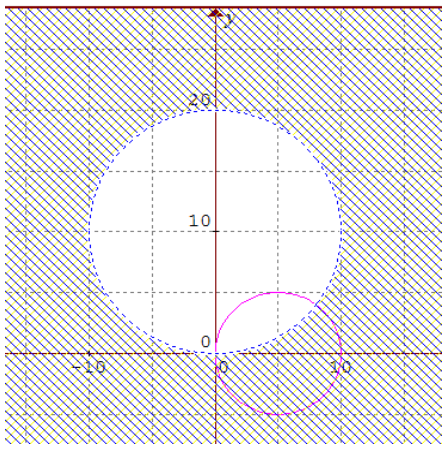

Figura 6: Representación de la impedancia

REFERENCIAS

[1] Edminister joseph "Teoría y problemas circuitos eléctricos", *libros MCgraw-Hill*, 1970.
[2] G. James, *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*, Pearson Educación, 2002.
[3] Tipler paul allen, Mosca Gene "Física para la ciencia y la tecnología", Barcelona: *Reverte 2005*.
[4] Aula abierta de electrónica, [internet], disponible en www.terra.es/personal2/equipos2/rlc.htm, [acceso el 7 de agosto de 2012].