Redes de computadoras:
El análisis de Fourier en la capa física

Agustín J. Koll
Estudiante de Ingeniería en Sistemas de Computación
Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina
aguskoll@gmail.com
Agosto 2014

Resumen: En el informe se estudiará la capa física de una red .Se analizará la transmisión de información en los cables, variando el voltaje o la corriente en función del tiempo. Al tener esta función, se puede modelar el comportamiento de la señal matemáticamente, mediante las series de Fourier. Una señal de datos, se puede modelar pensando que se repite con un periodo T, con este y las amplitudes, puede formarse la función original del tiempo realizando la sumatoria de Fourier. Y así en la computadora receptora aproximar la señal recibida.

Palabras clave: redes, capa, física, Fourier, señales.

I. INTRODUCCIÓN

Una red de computadoras es un conjunto de dispositivos conectados entre si a través de un medio, con el fin de compartir información y recursos.

Teóricamente las redes de computadoras están organizadas en capas, siguiendo el modelo OSI (open system interconnection), el cual consta de siete capas, cada una de ellas provee un conjunto de protocolos y reglas, que la capa superior puede utilizar, las mismas se observan en la figura1.

Figura 1: División en capas de las redes, modelo OSI.

En esta nota se analizara la capa física, en la cual se realiza la transmisión de bits a través de un canal de información. Este mismo, debe estar diseñado de tal manera que el envió de 1 bit llegue correctamente al emisor. Los aspectos de diseño de la capa física deben contemplar las interfaces mecánicas, eléctricas y de temporización de la red, ya que la misma comprende todos los elementos físicos que se encargan de leer, enviar y recibir información, que luego se decodificara y presentara a la capa de enlace.

II. EL ANALISIS DE FOURIER

Las funciones, de periodo T (periódicas), se pueden formar sumando una cantidad finita o infinita de términos senoidales y/o cosenoidales, a partir de la siguiente ecuación:

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\frac{n\pi x}{L} + b_n \sin\frac{n\pi x}{L} \right)$$

Es decir, todas las ondas periódicas se pueden sintetizar con una suma de finitos o infinitos términos de la serie de Fourier en la frecuencia fundamental *w*= $\frac{\pi}{L}$, y sus múltiplos (armónicos) *nw*. Esta serie converge exactamente a la función, excepto en las discontinuidades donde converge al punto medio de la misma.

Los datos enviados son señales con una duración finita, por lo tanto se pueden interpretar como que tienen un periodo T (imaginar que el patrón se repite una y otra vez). Y así calcular los coeficientes de Fourier, de forma general:

$$a_{n=\frac{1}{T}\int_{-T}^{T} f(t)\cos\left(\frac{n\pi}{T}t\right)dt} \quad b_{n=\frac{1}{T}\int_{-T}^{T} f(t)\,\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi}{T}t\right)dt} \quad a_{0=\frac{1}{T}\int_{-T}^{T} f(t)dt}$$

$\sqrt{{a_n}^2 + {b_n}^2}$ Es la potencia o amplitud de un armónico n.

La Grafica de este desarrollo en serie es muy clara si se lo hace en función de la frecuencia, lo que da lugar a representaciones que se denominan: Espectros en frecuencia.

Para cada componente se debe indicar dos datos, amplitud y fase, obteniendo dos espectros de Amplitud y de Fase. En ambos casos se obtiene valores solo para un número entero de veces, por lo tanto se obtiene un espectro de líneas, discreto y no una curva continua.

A. Ejemplo

Si se desea enviar, el ascci “b”, en binario 01100010, la onda generada se muestra en la figura 2 y los coeficientes de Fourier son los siguientes:

$$a_n = \frac{1}{\pi n}\left[\cos\left({}^{\pi n}/_{4}\right) - \cos\left({}^{3\pi n}/_{4}\right) + \cos\left({}^{6\pi n}/_{4}\right) - \cos\left({}^{7\pi n}/_{4}\right)\right]$$

$$b_n = \frac{1}{\pi n}\left[\operatorname{sen}\left(3\,{}^{\pi n}/_{4}\right) - \operatorname{sen}\left({}^{\pi n}/_{4}\right) + \operatorname{sen}\left({}^{7\pi n}/_{4}\right) - \operatorname{sen}\left({}^{6\pi n}/_{4}\right)\right]$$

C=3/4

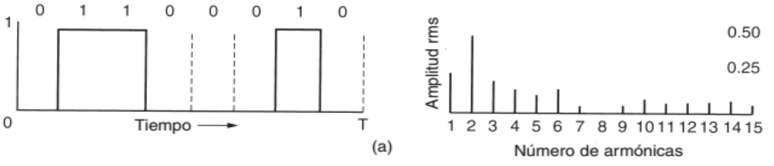

Figura 2: Una señal binaria y sus amplitudes de raíz cuadrada media de Fourier.

En la figura 3 se muestran las aproximaciones sucesivas de la señal generada, en el lado derecho de la figura se muestran las amplitudes de raíz cuadrada media, para los primeros términos:

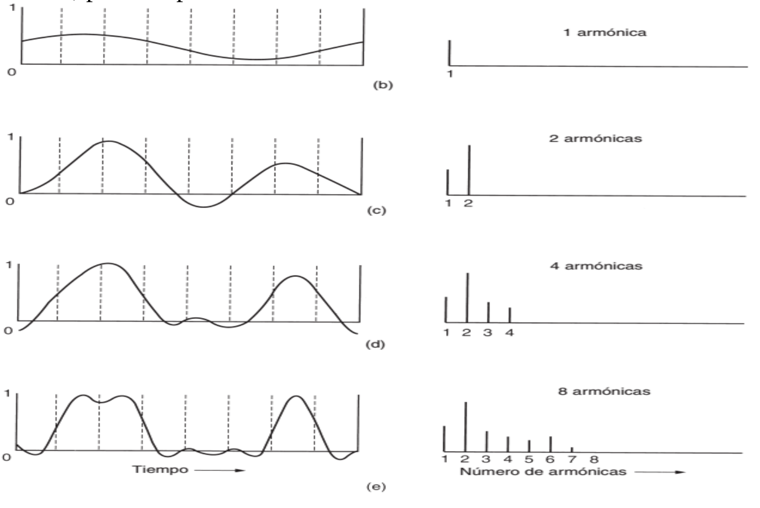

Figura 3: Aproximaciones sucesivas de la señal original.

Los valores de $\sqrt{{a_n}^2 + {b_n}^2}$ (la raíz cuadrada media), son importantes porque son proporcionales a la energía transmitida en la frecuencia correspondiente.

III. ANCHO DE BANDA

Las unidades transmisoras no pueden transmitir señales sin perder cierta potencia en el proceso. El problema es que los componentes de Fourier no disminuyen en la misma proporción, lo que la señal resultante se distorsiona, si los componentes disminuyeran en la misma proporción esto no sucedería. Por lo general las amplitudes se transmiten sin ninguna disminución desde 0 hasta una frecuencia f [Hz], y las frecuencias que se encuentren por arriba de esta, serán atenuadas. Este rango de frecuencias que se transmite sin atenuarse se denomina *ancho de banda* .El ancho de banda va desde 0 hasta una frecuencia en la que el valor de la amplitud es atenuado, no es un corte de manera brusca.

El ancho de banda es una propiedad física del medio por el cual se transmite y el mismo se puede disminuir por medio de un filtro, usado por las empresas para limitar el ancho de banda a los clientes. Limitar el ancho de banda limita la tasa de datos. Una tasa de datos puede estar dada en bits/segundo, por ejemplo, si la tasa es b, el tiempo requerido para enviar 8 bits es de 8/b segundos por lo tanto la frecuencia de la primera armónica es b/8 Hz. Generalmente un canal tiene distintas atenuaciones a señales de distintas frecuencias, lo cual provoca que determinadas frecuencias no alcancen a propagarse, este factor depende también de la longitud del canal, mientras más lejos se está del emisor mayor será la atenuación. Lo importante es que los primeros armónicos son los que transmiten la mayor parte de la potencia de una señal, y son los que deben atravesar con éxito el canal, el resto de ellos permiten que la señal sea de mayor calidad y a definirla más.

La *velocidad de transmisión*, es el número de elementos de señal por segundo, y esta determina la *capacidad del canal*, conocida como la máxima velocidad a la que puede transmitir información sin errores.

IV. CONCLUSION

En este informe se desarrolló una de las tantas aplicaciones que tienen las series de Fourier. Como vimos el análisis matemático de Fourier fue fundamental para una herramienta que todos usamos hoy en día, las redes de computadoras. Permitió estudiar él envió de señales por un medio, como por ejemplo el par tranzado, la fibra óptica y el cable coaxial, para luego poder decodificar y presentar esta información a las capas superiores. Las mismas, toman esta cadena de bits y la transforman en información que el usuario puede interpretar.

Referencias

[1] TANENBAUM, Andrew S. “Redes de computadoras”. Cuarta edición. Pearson Educación, México, 2003.

[2] http://www.isa.uniovi.es/docencia/redes/Apuntes/tema2.pdf [internet] [Acceso el 7 Agosto]

[3] Wikipedia, *La enciclopedia libre*, [internet], disponible en http://en.wikipedia.org/wiki, [acceso el 7 Agosto].

[4] Guillermo Calandrini, Guía de Definiciones y Teoremas estudiados en el curso de Funciones de Variable Compleja.