

# Transformada de Laplace: Controlador de ambientes

Jinkis Federico Ezequiel

*Estudiante de Ingeniería en Computación  
Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina  
fedejinkis@gmail.com  
Agosto 2015*

*Resumen:* Se plantea el problema de mantener el ambiente de una habitación en condiciones ideales en motivo de aumentar la comodidad de las personas frente a los cambios climáticos. Esta idea se desarrolla mediante la aplicación de la transformada de Laplace, cuya utilidad permite calcular de manera sencilla ecuaciones diferenciales en función del tiempo brindadas por un mecanismo de control. De esta manera, aplicando dicha transformada a un sistema de funciones de transferencia sobre temperatura y humedad y dadas por la salida de un sensor, el cálculo reduce su complejidad.

*Palabras clave:* transformada de Laplace, función de transferencia, temperatura, sistema de control.

## I. INTRODUCCIÓN

Un sistema automático de control es un conjunto de componentes físicos conectados o relacionados entre sí, de manera que regulen o dirijan su actuación por sí mismos, es decir, sin intervención de agentes externos corrigiendo además los posibles errores que se presentan en su funcionamiento. Cualquier mecanismo o sistema presenta una parte actuadora que corresponde al sistema físico que realiza la acción, y otra parte de mando o control, que genera las órdenes necesarias para que esa acción se lleve o no a cabo.

El control de temperatura de una habitación constituye un sistema automático de control sencillo, que por medio de un termostato, se programa una temperatura de referencia considerada ideal. Si en un instante determinado la temperatura del recinto es inferior a la deseada, se producirá calor, lo que incrementará la temperatura hasta el valor programado: momento en el cual la calefacción se desconectará de manera autónoma.

Un sistema de control, entonces, es un conjunto de elementos interrelacionados capaces de realizar una operación dada o de satisfacer una función deseada. Los sistemas de regulación se pueden clasificar en sistemas de control en lazo abierto y en lazo cerrado. Con lo que respecta al primero, es aquel en el que la señal de salida no influye sobre la señal de entrada. La exactitud de estos sistemas depende de su calibración, de manera que al calibrar se establece una relación entre la entrada y la salida, con el fin de obtener del sistema la exactitud deseada. El principal inconveniente en este tipo de sistemas es que no son extremadamente sensibles a las perturbaciones.

Por el otro lado, los sistemas de control en lazo cerrado son aquellos en que la acción de control es, en cierto modo, dependiente de la salida. La señal de salida influye en la entrada siendo necesario que la entrada sea modificada en cada instante en función de dicha salida. Esto es posible mediante lo que llamamos retroalimentación, la propiedad de un sistema de lazo cerrado por la cual la salida se compara con la entrada del sistema, de manera que la acción de control se establezca como una función de ambas.

Antes de continuar el análisis, debemos dejar en claro que es la temperatura. La temperatura básicamente, es el nivel de frío o calor del aire sin considerar otros parámetros. Como bien se sabe, la sensación térmica no se mide, sino que se deriva de un cálculo producto de que la temperatura que uno siente, no es la que nos indica el termómetro del ambiente. Esta sensación térmica entonces, es la combinación de una serie de factores tales como la temperatura del aire, la humedad relativa del ambiente y la velocidad del viento. La humedad relativa es cuanto le falta al aire para saturar y se encuentra entre los valores normales en un rango del 50% al 70% que junto con la velocidad del viento determinan que la sensación térmica sea menor, igual o mayor que la temperatura del aire.

## II. LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Una función de transferencia es un modelo matemático que representa el efecto de un proceso a través de un cociente que relaciona la respuesta del sistema a una señal de entrada, ambas modeladas.

Prácticamente se puede determinar mediante el cociente

$$G(s) = \frac{C(s)}{E(s)} \quad (1)$$

Donde  $G(s)$  es la función de transferencia,  $C(s)$  es la transformada de Laplace de la salida y  $E(s)$  es la transformada de Laplace de la señal de entrada.

Como se sabe, la transformada de Laplace de una función en el espacio temporal pertenece al espacio de frecuencias. Luego la salida en frecuencia del sistema es

$$C(s) = G(s)E(s) \quad (2)$$

Por lo que la salida en función del tiempo se halla anti-transformando  $C(s)$ :

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}[C(s)] \quad (3)$$

En muchos sistemas se puede encontrar la función de transferencia que lo describe, lo que facilita el análisis de la respuesta del sistema ante distintos patrones de entrada. Para una función de entrada dada, se transforma, se multiplica por función de transferencia y se anti-transforma para llegar a la función de salida.

### III. APLICACIÓN ESPECÍFICA

#### A. Nociones básicas

En el caso del sistema de control de la temperatura de una habitación, para que sea un sistema abierto es necesario que no exista un termostato, de manera que siga funcionando por ejemplo, por medio de un transductor como un dial en el que definimos el tiempo de funcionamiento. Este no es el escenario que se desearía, ya que comúnmente uno esperaría encontrar una temperatura ideal y mantenerla en el tiempo; algo que no cumple el esquema anterior debido a perturbaciones comunes – tales como la apertura de una puerta o ventana – que afectarán el tiempo necesario para obtener la temperatura deseada.

En el sistema de control en lazo cerrado el comparador coteja la salida retroalimentada con la señal de entrada y la diferencia que existe es generada como señal de error. El error, actúa sobre los elementos de control en el sentido de reducirse a cero y llevar a la salida a su valor correcto. Se intenta que el sistema siga siempre a la señal de entrada.

$$e(t) = r(t) - b(t) \quad (4)$$

Donde  $e(t)$  es la señal de error,  $r(t)$  la señal de entrada y  $b(t)$  la variable retroalimentada. Si la señal de error es nula, la salida tendrá exactamente el valor previsto; sino, esta actúa sobre el elemento regulador y su salida proporciona una señal, donde a través del elemento accionador, influye para que la salida del sistema alcance el valor previsto y de esa manera el error se anule.

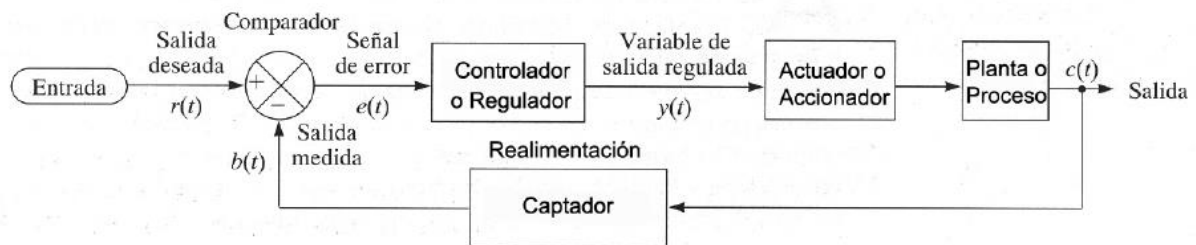


Figura 1: Diagrama de bloques de un sistema de control

## B. Procedimiento

Para controlar la temperatura de una habitación, el sistema, planta o proceso es la habitación que se quiere calentar. El transductor puede ser un dial con el que se define el grado de calentamiento, el actuador o accionador una caldera o un radiador y el captador puede ser un termómetro. Este último actúa como sensor midiendo la temperatura del recinto, para que pueda ser comparada con la de entrada.

El regulador o controlador, es el elemento que determina el comportamiento del bucle, por lo que debe ser un componente diseñado con gran precisión. Es el cerebro del bucle de control: mientras que la variable controlada se mantenga en el valor previsto, el regulador no actuara sobre el accionador; pero, si el valor de la variable se aleja del prefijado, el regulador modificara su señal ordenando al accionador que actúe sobre el sistema en el sentido de corregir el alejamiento. El termostato realizaría esta función.

En nuestro caso, el transductor también podría mantener una segunda alternativa: la regulación automática. De esta forma, se activaría en el proceso un segundo regulador que trabajará sobre la humedad del recinto – despreciamos la velocidad del viento debido a que trabajamos sobre un ambiente cerrado – permitiendo calcular la sensación térmica. Conociendo este valor y teniendo en la memoria del dispositivo una tabla con las temperaturas ideales promedio de las personas en cada región, podríamos computar la temperatura necesaria para alcanzar dicho estado ideal.

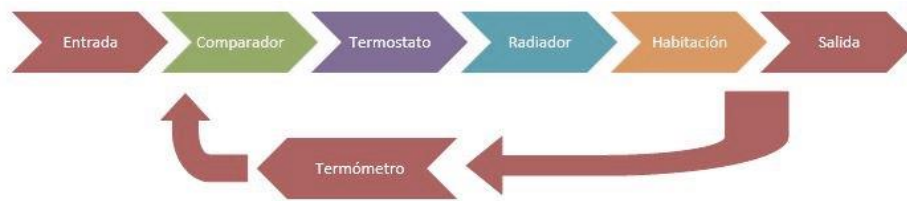


Figura 2: Posible diagrama de bloques de un sistema de control de calefacción

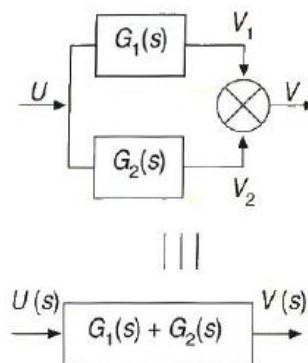


Figura 3: Conexión en paralelo de dos bloques

## C. Expresiones matemáticas y ecuaciones

Nuestro sistema mantendría dos funciones de transferencia: un termostato y un controlador de humedad. En consecuencia, estos interaccionan en una conexión paralela que mediante un elemento calculador, evaluara la salida de cada uno y computara una señal de salida con la temperatura de la sensación térmica.

De la ecuación (2) obtenemos la salida de cada función de transferencia

$$\begin{aligned} V_1 &= G_1(s)E(s) \\ V_2 &= G_2(s)E(s) \end{aligned}$$

Y con ellas, nuestro elemento calculador ajustara la señal de salida que ira directo al radiador con la temperatura de la sensación térmica

$$C(s) = V_1(s) + V_2(s) = [G_1(s) + G_2(s)]U(s) \quad (5)$$

Luego que el accionador lleve su temperatura a la indicada por el conjunto regulador, podemos conocer la temperatura en función del tiempo anti-transformando nuestra ecuación (5) como se explicó en (3)

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}[V(s)] \quad (6)$$

#### IV. CONCLUSIÓN

Con esta nota de aplicación logramos entender la importancia de la transformada de Laplace y cuan relacionada esta con los elementos comunes con los que interactuamos. Su amplio uso en la resolución de los problemas nos deja la pauta de sus poderosas prestaciones: desde una aplicación simple, como es el uso de un sistema de calefacción ambiente, hasta la desintegración de partículas sobre fenómenos nucleares.

Queda demostrado, la facilidad con la que nos permite operar y el nivel de simplificación en los cálculos que esta herramienta matemática proporciona.

#### REFERENCIAS

- [1] G. Calandrini, “Guía de definiciones y teoremas estudiados en el curso de Funciones de Variable Compleja”. pp 48-53, 2013.
- [2] P. Castillo, “Aplicaciones reales de la transformada de Laplace” [internet] disponible en <http://es.slideshare.net/KJEP/aplicaciones-la-transformada-de-laplace-1712469> [acceso el 27 de mayo de 2015].
- [3] “Sistemas automáticos de control” [internet] disponible en [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~23005153/d\\_tecnologia/bajables/2%20bachillerato/SISTEMAS%20AUTOMATICOS%20DE%20CONTROL.pdf](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~23005153/d_tecnologia/bajables/2%20bachillerato/SISTEMAS%20AUTOMATICOS%20DE%20CONTROL.pdf) [acceso el 28 de julio de 2015].
- [4] “¿Qué es la sensación térmica?” [internet] disponible en [http://tn.com.ar/sociedad/que-es-la-sensacion-termica\\_441473](http://tn.com.ar/sociedad/que-es-la-sensacion-termica_441473) [acceso el 23 de julio de 2015]