Transformada de Fourier: Generación de Terreno por Computadora

del Barrio, Ignacio

Estudiante de Ingeniería en Sistemas de Computación
Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina
ignacioa.del.barrio@gmail.com
Agosto 2015

Resumen: En esta nota de aplicación se presenta un método para la generación procedural de Terreno por computadora. Estos suelen ser utilizados para construir paisajes para películas, animaciones y videojuegos.

Se comenzara creando un mapa aleatorio con la información espacial de altura, luego utilizando el algoritmo de Fourier se transforma el mapa de su dominio espacial a dominio de frecuencia para filtrar imperfecciones. Por último se transformara nuevamente a su dominio original.

Palabras clave: Transformada de Fourier, computación gráfica, terreno, mapa.

I. INTRODUCCIÓN

Los métodos para la generación de terreno son tan numerosos y variados como los tipos de terreno que se pueden simular. La implementación más directa y común típicamente utiliza Height Maps (Mapas de altura) de alguna forma. Una grilla uniformemente espaciada de vértices en un plano xy es generado, y el valor de altura en el eje z es obtenido de dicho mapa, el cual es generalmente una imagen en escala de grises la cual puede ser generada a través de funciones de ruido (noise).

En esta nota de aplicación se explicara un método considerado rápido, ajustable y aleatorio con configurables niveles de variación. Además, dada la naturaleza periódica de la Transformada de Fourier, la geometría del terreno resultante podrá ser repetida de forma suave y continua cuando esta sea copiada y colocada junto a si misma.

La Transformada de Fourier es una herramienta utilizada en diversas áreas de la matemática, física, ciencias de la computación e ingeniería. Comúnmente asociada con el procesamiento de señales de audio, compresión de datos, procesamiento de imágenes y modelado.

II. TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

Desde el punto de vista de la programación se utiliza una forma discreta de la transformada debido a que las computadoras, limitadas en poder de representación, no pueden manejar conjuntos de datos infinitos y/o continuos. La Transformada Discreta de Fourier, DFT (por Discrete Fourier Transform), es por mucho la más conveniente.

La DFT convierte un conjunto de datos de un dominio espacial o temporal a otro de frecuencia. Toma como entrada un vector de datos complejos (En este caso, números complejos con la altura como parte real y 0 como parte imaginaria), y devuelve como resultado un vector de datos representando la frecuencia del conjunto de datos. La Transformada Inversa de Fourier es luego aplicada para convertir el vector a su forma original.

Cuando los valores del vector de entrada son reales, como lo es en este caso, y las dimensiones del conjunto de datos son potencia de 2, esto es N = 2^h, una forma más eficiente de la DFT puede ser utilizada llamada Transformada Rápida de Fourier, FFT (por Fast Fourier Transform), lo cual significa que un algoritmo de O(N^2) se reduce a O(NlogN).

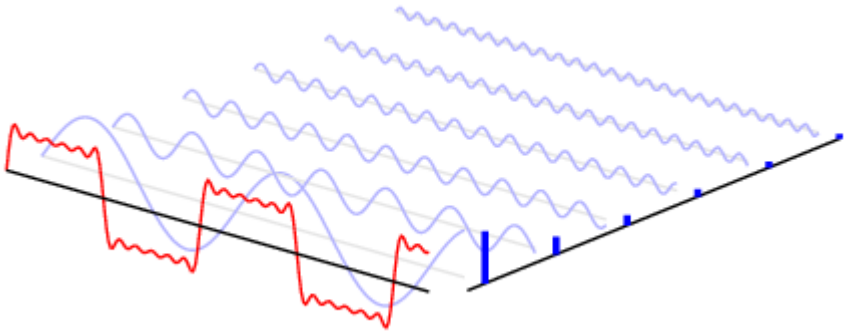

Figura 1: Conversión de unidades

III. Filtrado

Un uso de la FFT es como mecanismo de filtración de frecuencias altas en un conjunto de datos. Para un dado conjunto de datos, el espectro de potencia de estos representa energía por unidad para una frecuencia dada. Por ejemplo, al evaluar ruido blanco totalmente aleatorio (como en una señal de audio), el espectro de potencia es completamente plano, y la gran cantidad de contenido de frecuencias altas en la señal lo hace sonar muy dañino para nuestros oídos. Sin embargo, ruido rosa puede ser aplicado a cada valor en el vector complejo de Fourier para reducir el espectro de potencia como se muestra a continuación:

$$G(f) = \frac{1}{f^{\beta}} * F(f) \tag{1}$$

Donde f es la frecuencia promedio del conjunto de datos, G el resultado del filtrado, F la señal de entrada luego de ser transformada por la FFT. Básicamente se filtran las frecuencias altas para que cuando la FFT inversa sea aplicada los datos aleatorios originales sean más suaves y menos erráticos.

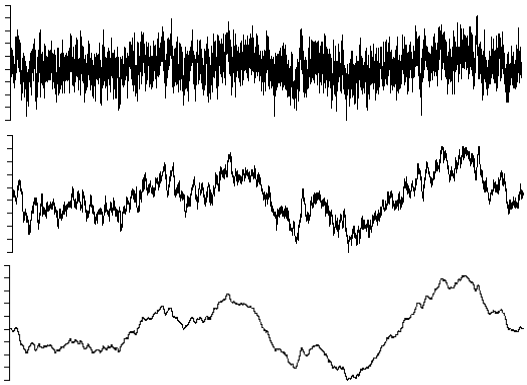

Figura 2: Filtrado aplicado sobre un conjunto unidimensional de datos uniformemente distribuidos en el rango [-1,1]. La fila superior representa el conjunto original, las dos filas consecutivas muestran los resultados utilizando los valores de beta 2 y 3 respectivamente.

IV. Construcción del Terreno

A continuación esta técnica será utilizada sobre un conjunto de datos bidimensional que, como se verá, podrá ser visualizado como la geometría de un terreno al ser interpretado como modelo tridimensional y como un mapa de altura al ser interpretado como una imagen bidimensional.

Se comienza generando una matriz de números reales de tamaño N x N, compuesta de datos aleatorios uniformemente distribuidos en el rango [1,-1], y mapeando dichos valores de altura a una grilla tridimensional de tamaño similar. Para poder hacer uso de los beneficios de FFT el valor de N debe ser potencia de 2.

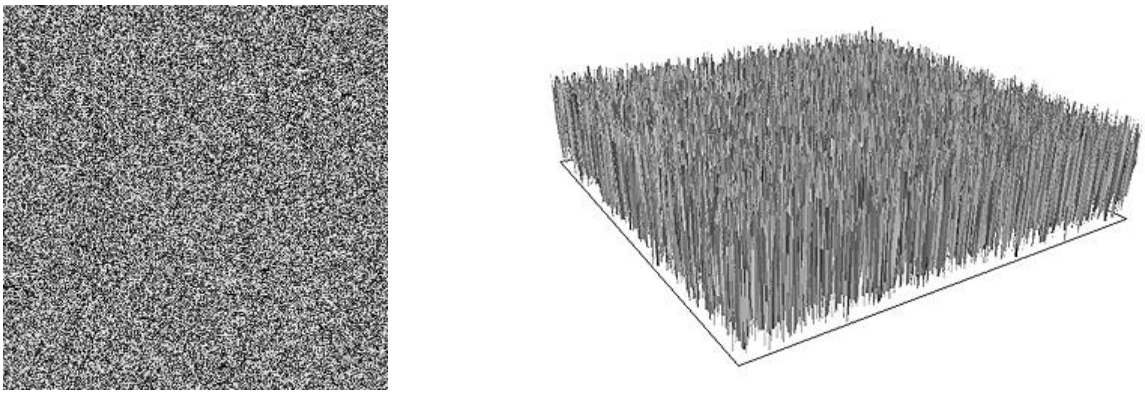

Figura 3: “Ruido blanco” en el dominio espacial. En la izquierda representada como una imagen 2D y en la derecha representada como un terreno 3D.

Cuando se aplica FFT en conjunto bidimensional de datos, una fila o columna es interpretada como el vector de entrada de FFT, donde cada valor aleatorio está representado como un numero complejo cuya parte real es el valor de la altura, y su parte imaginaria es cero. Esta operación se realiza sobre todas las filas, seguido de todas las columnas. En el caso de ruido blanco, el resultado de la transformación continua viéndose como ruido aleatorio, solo que en este caso representa las amplitudes de frecuencia.

El siguiente paso es aplicar un filtro sobre la transformación. Esto eliminara las frecuencias altas dando como resultado un efecto de suavizado en el dominio espacial.

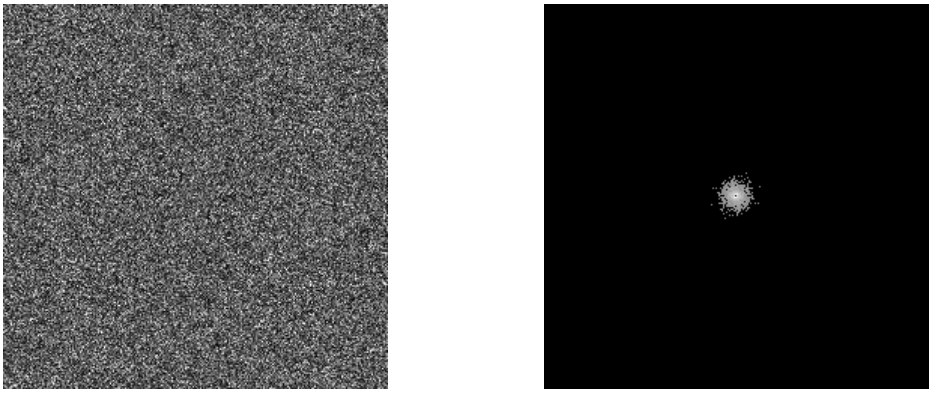

Figura 4: “Ruido blanco” en el dominio de frecuencia. En la izquierda como resultado directo de la transformación y en la derecha luego de aplicar el filtro de ruido rosa.

Por último se aplica la inversa de la transformación para convertir los datos de nuevo al dominio espacial. El resultado es una geometría que se aproxima bastante a las características naturales de un terreno.

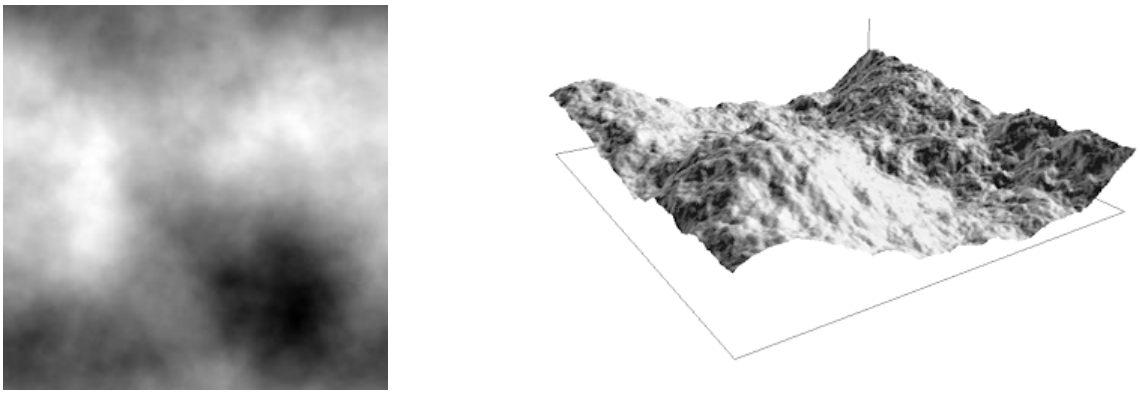

Figura 5: El resultado final en dominio espacial. A la izquierda representado bidimensionalmente y en la derecha tridimensionalmente.

REFERENCIAS

[1] Paul Bourke, Frequency Synthesis of Landscapes (and clouds), [internet], Marzo de 1997, disponible en http://paulbourke.net/fractals/noise/, [consultada el 21 de agosto de 2015].

[2] Paul Bourke, Generating noise with different power spectra laws, [internet], Octubre de 1998, disponible en http://paulbourke.net/fractals/noise/, [consultada el 21 de agosto de 2015].

[3] Keithlantz, Using Fourier synthesis to generate a fractional Brownian motion surface, [internet], disponible en http://www.keithlantz.net/2011/11/using-fourier-synthesis-to-generate-a-fractional-brownian-motion-surface/, [consultada el 21 de agosto de 2015].

[4] Wikipedia, Ruido de Color, [internet], disponible en https://es.wikipedia.org/wiki/Ruido_de_color/, [consultada el 21 de agosto de 2015].