

Vibraciones mecánicas

Carolina A. Corral

Estudiante de Ingeniería Electrónica
Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina
corral.carolina@hotmail.com
Septiembre 2012

Resumen: Se da una breve explicación de lo importante que es analizar las vibraciones mecánicas, demostrando el rol fundamental que tiene el espectro y el papel que cumple el desarrollo de Fourier para poder descomponer la señal compleja en una serie de señales sinusoidales.

Palabras clave: Transformada de Fourier, transformada discreta de Fourier (DFT), transformada rápida de Fourier (FFT).

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, los procesos productivos están cada vez más presionados para competir de forma más eficiente, tanto en bajar costos, aumentar el volumen de producción, como haciendo productos de mayor calidad. Es por esto que el mantenimiento se ha puesto cada vez más preponderante, para dar soluciones a todas estas necesidades, siendo las vibraciones mecánicas una de las herramientas fundamentales que tiene el mantenimiento para conocer la salud de cada uno de los equipos.

¿Por qué medir vibraciones? Las principales razones para monitorear las condiciones de maquinarias y equipos son: los costos directos, costos indirectos, seguros, seguridad, normas ambientales y calidad de los productos.

II. VIBRACIONES MECANICAS

Una vibración es un movimiento oscilatorio de pequeña amplitud. Todos los cuerpos presentan una señal de vibración en el cual plasman cada una de sus características. De acuerdo a esto, las maquinas presentan su propia señal de vibración y en ella se encuentra la información de cada uno de sus componentes. Por tanto, una señal de vibración capturada por una maquina es la suma de la vibración de cada uno de sus componentes.

A. Representación frecuencial de las vibraciones

La representación frecuencial captura las características espectrales de una vibración. Además de la frecuencia fundamental existen muchas frecuencias presentes en una forma de onda. Las componentes de frecuencias armónicas son enteros simples de la frecuencia fundamental, aunque no en todos los casos hay una fundamental clara.

El espectro de una señal viene dado por la evolución de la amplitud y de la fase respecto a la frecuencia. Si consideramos que la vibración cambia constantemente al paso del tiempo, el espectro de este mismo también varía, ya que la representación frecuencial es estacionaria. Para esto, existen métodos de representación de la variación del espectro en función del tiempo, conforme vaya variando la misma. Uno podría ser un grafico tridimensional expresando los distintos espectros a lo largo del tiempo. Otro método consiste en dibujar un espectrograma, donde el tiempo se representa en el eje horizontal y la frecuencia en el eje vertical, mientras que la amplitud se dibuja a través de distintos colores de traza.

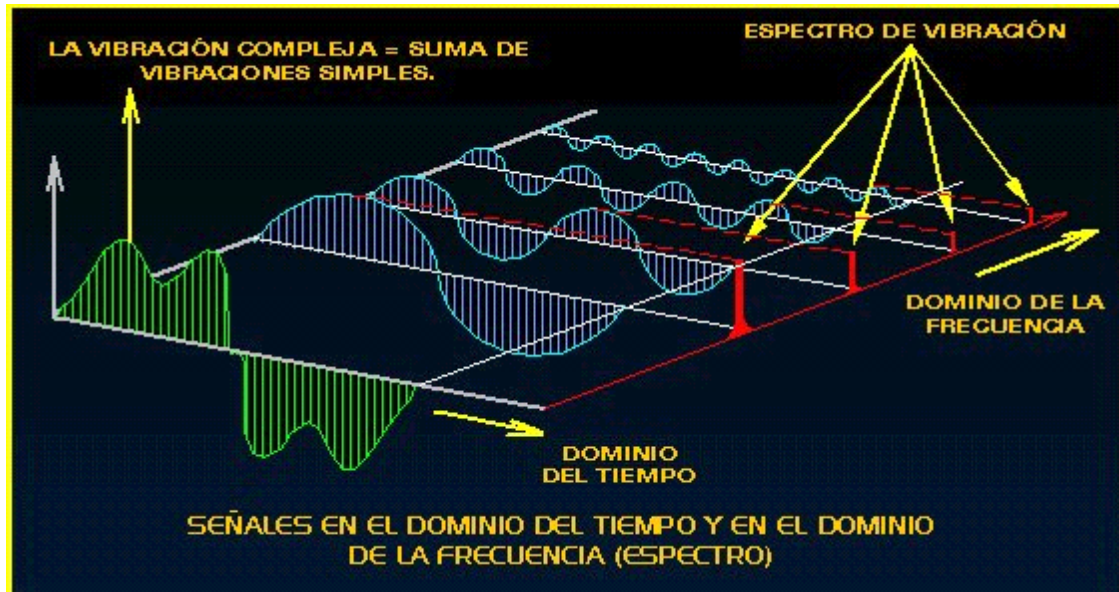


Figura 1: Espectrograma

III. IDENTIFICACION Y AISLAMIENTO DE LA SEÑAL PORTADORA DE INFORMACION

Hasta ahora sólo hemos visto vibraciones en el dominio del tiempo, que son señales directas de la maquina. Como ya lo habíamos advertido, en estas señales se encuentra plasmada toda la información acerca del comportamiento de cada componente de la maquina. Pero hay un problema a la hora de realizar un diagnostico: estas señales están cargadas de mucha información en forma muy compleja (múltiples componentes, ruido de los sensores y otras), la cual comprende las señales características de cada parte, por lo general es imposible distinguir a simple vista los diferentes componentes.

A. operaciones del procesamiento de señales

El primer paso a realizar consiste en tomar muestras de la señal cada cierto tiempo. Para lograr un correcto ajuste a la señal real, se debe respetar ciertos parámetros impuestos por el teorema de muestreo de Nyquist Shannon, que afirma que para reconstruir la señal tal cual a la original, el muestro debe ser superior al doble de la frecuencia de la señal.

Una vez obtenida la sucesión de muestras, lo que se hace es convertirlas en una sucesión de valores discretos preestablecidos según el código utilizado.

A continuación se muestra mediante cálculos dicho proceso y aquí veremos la importancia de la transformada discreta de Fourier para lograr representar una señal compleja en el dominio del tiempo por medio de series de curvas sinusoidales con valores de amplitud y frecuencia específicos.

Sea c_k el k -ésimo coeficiente de Fourier de una señal continua $g(t)$ de período T

$$C_k = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) e^{-\frac{i2\pi kt}{T}} dt \quad (1)$$

vamos a considerar ahora un muestreo de la señal $g(t)$ de N periodos uniformes T/N , entonces tomamos $t_n = nT/N$ con $n=0, 1, \dots, N-1$ y $dt = T/N$. De la ecuación de arriba por sumatorias parciales de Reimann obtenemos

$$C_k \approx \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} g(t_n) e^{-\frac{i2\pi kn}{N}} \quad (2)$$

Dando lugar a la siguiente definición:

Definición: Dados N números complejos $\{g_n\}_{n=0}^{N-1}$ el N -ésimo punto de la transformada discreta de Fourier es denotado por $\{G_k\}$ donde G_k está definido como

$$G_k = \sum_{n=0}^{N-1} g_n e^{\frac{-iz\pi kn}{N}} \quad (3)$$

Para los enteros $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Como la Transformada Discreta de Fourier es inversible, de la serie G_k puede recuperarse la sucesión original $\{g_n\}_{n=0}^{N-1}$

$$g_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} G_k e^{\frac{iz\pi kn}{N}} \quad (4)$$

Nos entregará la información con la cual se construye el espectro en frecuencia, base para todo análisis vibratorio.

B. Transformada rápida de Fourier

Cuando se tratan situaciones en la que se requiere una gran cantidad de muestreos como puede ser $N > 1000$, el procedimiento se convierte en algo tedioso por la gran cantidad de operaciones que se deben realizar, esto hace que haya más demora en el procesamiento. Cada punto en la imagen transformada requiere de N^2 multiplicaciones complejas y $N(N-1)$ sumas, por lo que es sumamente importante desarrollar un método que minimice el número de operaciones. Para ello se diseñan algoritmos en los que se aplica lo que llamamos la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Uno de estos se conoce como FFT de Potencia de dos, que es el más utilizado.

Nos restringiremos al caso donde $N = 2^\gamma$ para algún entero γ , y en lugar de examinar el caso general nos enfocaremos a un valor particular de γ . Podemos resumir el método en tres etapas:

1. Forma matricial
2. Factorización matricial
3. Reorganización

Primero consideraremos la forma matricial de la TFD a partir de (3) y para simplificar cálculos tenemos

$$W = e^{\frac{-iz\pi}{N}} \quad (5)$$

De (3) y (5) se obtiene

$$G_k = \sum_{n=0}^{N-1} g_n W^{nk} \quad (6)$$

Tomamos el caso para $N=4$, entonces

$$G_k = \sum_{n=0}^3 g_n W^{nk} \quad (7)$$

Para $k=0, 1, 2, 3$. Donde $W = e^{\frac{-i\pi}{2}}$

Expresando las ecuaciones obtenidas a partir de la ecuación escrita arriba en forma de matriz-vector obtenemos

$$\begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 \\ W^0 & W^2 & W^4 & W^6 \\ W^0 & W^3 & W^6 & W^9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Como $W^4 = W^0$, $W^6 = W^2$ y $W^9 = W^1$ se tiene

$$\begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & W^1 & W^2 & W^3 \\ 1 & W^2 & W^0 & W^2 \\ 1 & W^3 & W^2 & W^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Realizando la factorización:

$$\begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & W^0 & 0 & 0 \\ 1 & W^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & W^1 \\ 0 & 0 & 1 & W^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & W^0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^0 \\ 1 & 0 & W^2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & W^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Si ahora definimos un vector g' como

$$g' = \begin{bmatrix} g'_0 \\ g'_1 \\ g'_2 \\ g'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & W^0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^0 \\ 1 & 0 & W^2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & W^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Obtenemos g'_0 , g'_1 , g'_2 y g'_3 mediante una multiplicación y una adición.

De (10) y el vector g' se obtiene el vector transformado reordenado

$$[G_0 \ G_1 \ G_2 \ G_3]^T \quad (12)$$

De esta forma la cantidad de operaciones se ve reducida de 16 a 4 multiplicaciones y de 12 a 8 sumas. En forma general, de N^2 multiplicaciones se reduce a $O, 5N \log_2 N$, y de $N(N-1)$ sumas a $N \log_2 N$. Finalmente se procede a describir el resultado en forma binaria

$$[G_{00} \ G_{01} \ G_{10} \ G_{11}]^T \quad (13)$$

IV. CONCLUSIÓN

Aquí se observa que la transformada de Fourier tiene un papel decisivo a la hora de verificar el comportamiento de maquinarias y equipos, que es primordial su mantenimiento para un buen funcionamiento de la planta. Y como en todo lenguaje, es fundamental lograr un buen manejo y fluidez para conseguir interpretar las consignas tanto en el dominio espacial como en el frecuencial.

Esta es solo una de tantas aplicaciones en las que es necesario aplicar los desarrollos de Fourier para un análisis de señales, y sin estas herramientas sería prácticamente imposible lograr los resultados buscados.

REFERENCIAS

- [1] G. James, “*Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*”, Pearson Educación, 2002.
- [2] Wikipedia, *La enciclopedia libre*, [internet], disponible en <http://en.wikipedia.org/wiki>.
- [3] G. Danza Hernández, “*Vibraciones mecánicas*”, Universidad Técnica Federico Santa Maria, 2007