Procesamiento digital de imágenes

Veroni Alsina Camila

Estudiante de Ingeniería en Sistemas de Computación
Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina
cveroni@hotmail.com.ar
Agosto 2014

Resumen: Las imágenes son la representación de nuestra visión de la realidad. Una imagen puede ser definida como una función de coordenadas espaciales y la amplitud de f en cada par de coordenadas es llamada la intensidad de la imagen en un punto. Cuando estos valores son finitos, es decir, son cantidades discretas, está imagen es una imagen digital. Las imágenes digitales pueden ser editadas a través de un procesamiento digital basado en la aplicación de filtros sobre la imagen para obtener diferentes objetivos. En el desarrollo de este trabajo se describirá el proceso de filtrado de imágenes trabajando sobre el dominio de frecuencia en una representación alternativa de la imagen, su transformada de Fourier.

Palabras clave: Transformada de Fourier, Procesamiento de imágenes, Filtrado de imágenes.

I. INTRODUCCIÓN

El procesamiento de imágenes tiene como objetivo mejorar el aspecto de las imágenes y hacer más evidentes en ellas ciertos detalles que se desean hacer notar. El procesamiento de las imágenes se puede en general hacer por medio de métodos ópticos, o bien por medio de métodos digitales, en una computadora. Nos centraremos en el procesamiento digital, donde el teorema de Fourier es el eje central.

La Transformada de Fourier es una herramienta matemática que tiene un uso muy amplio en lo referente al tratamiento digital de señales, se encuentra implementada bajo la forma de dispositivos electrónicos de reconocimiento de voz e imagen.

En el siguiente trabajo se desarrollarán los temas principales para comprender el procesamiento de imágenes digitales a través del filtrado Fourier.

II. IMÁGENES DIGITALES

Una imagen digital es una representación que se refiere directamente a la intensidad luminosa de puntos de un dominio de espacio. El proceso de filtrado puede llevarse a cabo sobre los dominios de espacio pero en este desarrollo consideraremos el proceso de filtrado sobre el dominio de la frecuencia.

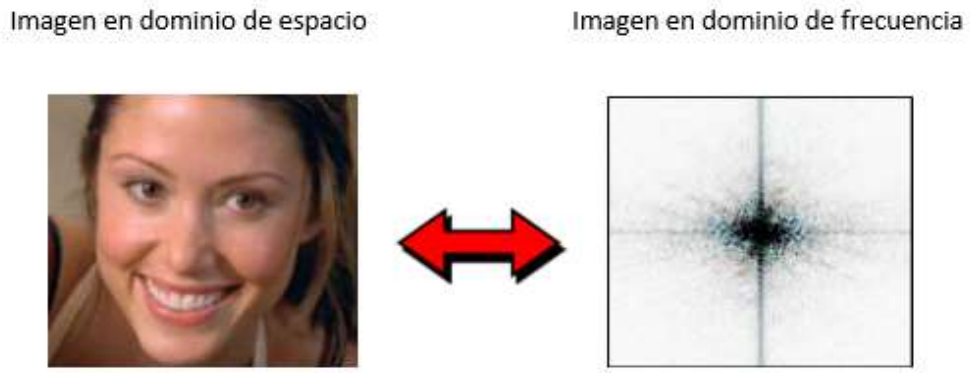

Figura 1: Traspaso de una imagen de dominio espacial a dominio frecuencial

Las representaciones en el dominio de la frecuencia, detallan con cuánta frecuencia se repiten ciertos patrones en una imagen, consiguiendo representar la información de tal imagen. La representación puede ser útil, ya que teniendo la frecuencia de repetición de tales patrones se pueden detectar y alterar directamente elementos presentes en las imágenes, como el ruido, contornos o texturas.

El concepto de frecuencia se refiere a la frecuencia con la que la imagen varía en función de las coordenadas espaciales. Corresponde a los niveles de gris o intensidad de las diferentes filas o columnas de la matriz de la imagen.

Para conseguir la representación de la imagen sobre el dominio de frecuencia se utiliza la transformada de Fourier de la imagen, que tiene la ventaja de que luego de ser modificada, se puede revertir el efecto para volver al dominio espacial, obteniendo la imagen final.

III. La transformada de Fourier

Una función periódica $f(t)$ puede ser representada por su extensión en serie de Fourier en forma compleja exponencial.

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega t} \qquad (1)$$

Puede demostrarse también que una serie no periódica puede ser representarse de forma análoga como serie de Fourier

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \qquad (2)$$

La función $\mathcal{F}(\omega)$ recibe el nombre de integral de Fourier o transformada de Fourier de la función $f(t)$ y puede expresarse como:

$$\mathcal{F}(\omega) = \mathfrak{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t}\, d\omega \qquad (3)$$

Por lo tanto, una función aperiódica puede ser representada en dominio de tiempo $f(t)$ y en dominio de frecuencia $\mathcal{F}(\omega)$

Si en lugar de la variable tiempo, se considera la variable espacio, el razonamiento no varía demasiado y permite representar una imagen en dominio de espacio (la imagen original) y en dominio de frecuencia (composición de frecuencias de las distintas funciones no periódicas, cuya suma daría la misma imagen). Donde el concepto de frecuencia se refiere a la repetitividad de los niveles digitales de la imagen.

Es importante destacar, que en un dominio de espacio, se utilizan funciones bidimensionales del tipo $f(x, y)$. Para este tipo de funciones se definen el siguiente par de transformadas:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi}\iint \mathcal{F}(u, v) e^{i\omega(ux+vy)} du dv \qquad (4)$$

$$\mathcal{F}(u, v) = \mathfrak{F}[f(x, y)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i\omega(ux+vy)} dx dy \qquad (5)$$

Sin embargo, una imagen digital es una función bidimensional, finita y discreta y se puede llegar a una simplificación utilizando la transformada discreta de Fourier:

$$f(x, y) = \frac{1}{MN}\sum_{0}^{M-1}\sum_{0}^{N-1} \mathcal{F}(u, v) e^{i2\pi\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)} \qquad (6)$$

$$\mathcal{F}(u, v) = \frac{1}{MN}\sum_{0}^{M-1}\sum_{0}^{N-1} f(x, y) e^{-i2\pi\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)} \qquad (7)$$

A. *El teorema de la convolución*

El teorema establece que la transformada de Fourier de una convolución es el producto punto a punto de las transformadas. En otras palabras, la convolución en un dominio es equivalente al producto punto a punto en el otro dominio

Es decir, la convolución y el producto son duales bajo la transformada de Fourier

$$f(x) * g\ (x)\ \Leftrightarrow\ F(u)G(u)$$

$$F(u)G(u)\ \Leftrightarrow\ f(x) * g\ (x)$$

Esta propiedad es importante para el procesamiento de imágenes, ya que la operación de filtrado es en realidad una convulsión entre la función filtro y la imagen original. Por lo tanto, el beneficio de realizar producto en lugar de convulsiones es de gran interés porque permite reducir el número de operación a realizar, aun a cuesta de tener que realizar las transformaciones: una hacia el dominio de frecuencia y otra para retornar al dominio espacial de la imagen.

IV. PROCESAMIENTO DIGITAL

El procesamiento digital de imágenes se efectúa dividiendo la imagen en un arreglo rectangular de elementos. Cada elemento de la imagen se conoce con el nombre de pixel. El siguiente paso es asignar un valor numérico a la luminosidad promedio de cada pixel. Así, los valores de la luminosidad de cada pixel, con sus coordenadas que indican su posición, definen completamente la imagen.

Luego se somete a la imagen digital a un proceso de filtrado Fourier con diferentes objetivos como suavizar la imagen, eliminar ruido, realzar bordes, entre otros. El beneficio de utilizar la transformada de Fourier, se verá al momento de utilizar el filtro, ya que en un dominio espacial implicaría llevar a cabo una convolución, pero de esta manera solo será necesario llevar a cabo una multiplicación ordinaria.

A. *Las bases del filtrado de Fourier*

El filtrado sobre el dominio de frecuencia es sencillo y consiste en los siguientes pasos:

i. Multiplicar la imagen de entrada por $(-1)^{x+y}$ para centrar la transformada.
ii. Computar F(u,v), la transforma discreta de Fourier (DFT) de la imagen
iii. Multiplicar F(u,v) por una función filtro H(u,v),
iv. Calcular la inversa a la DFT, volviendo al dominio de espacio
v. Volver a multiplicar por $(-1)^{x+y}$ y así cancelar la multiplicación por el mismo factor en i.

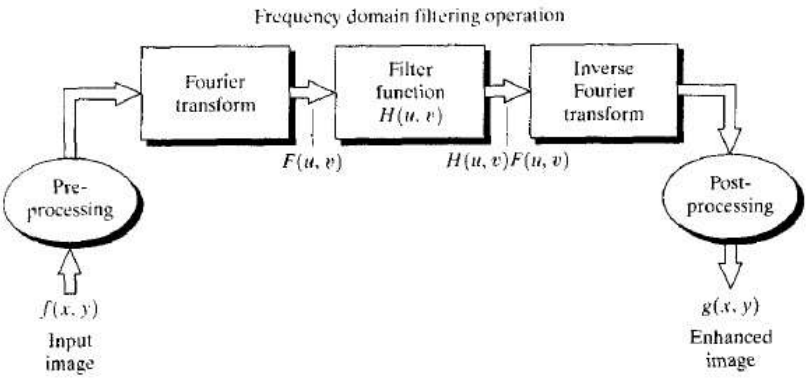

Figura 2: Pasos para el procesamiento digital

B. Tipos de filtrado

i. Filtrado paso bajo

Con la utilización del filtro de paso bajo se pretende resaltar las bajas frecuencias de una imagen con respecto a sus componentes de altas frecuencias. El resultado en el dominio espacial es equivalente al de un filtro de suavizado que permite reducir el ruido.

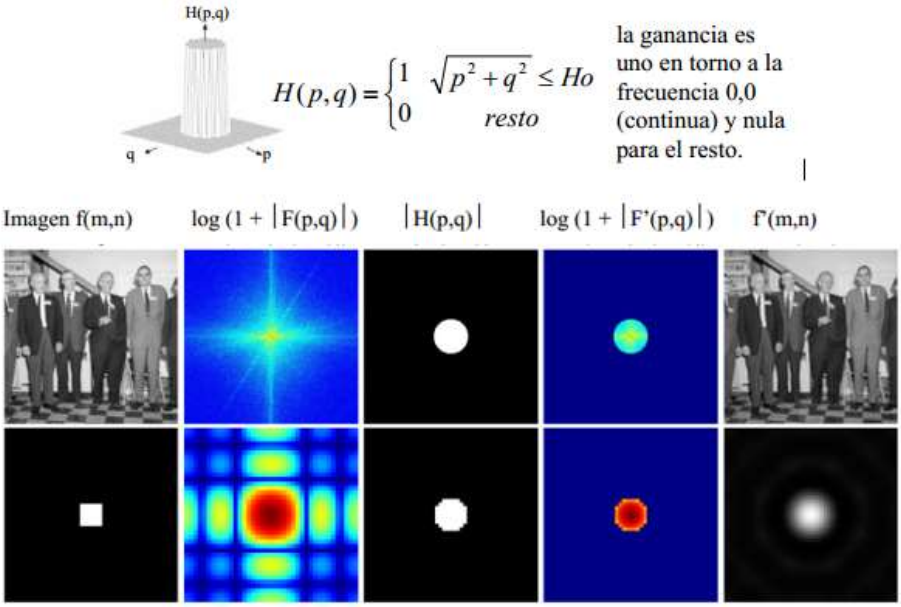

Figura 3: Filtro de paso bajo ideal. Aplicación sobre imagen

ii. Filtrado paso alto

Con la utilización del filtro paso alto se eliminan las componentes de las frecuencias bajas, sin modificar las frecuencias altas. Las altas frecuencias corresponden a los cambios bruscos de densidad, por eso este tipo de filtros es usado para reforzar los contrastes que se encuentran en la imagen.

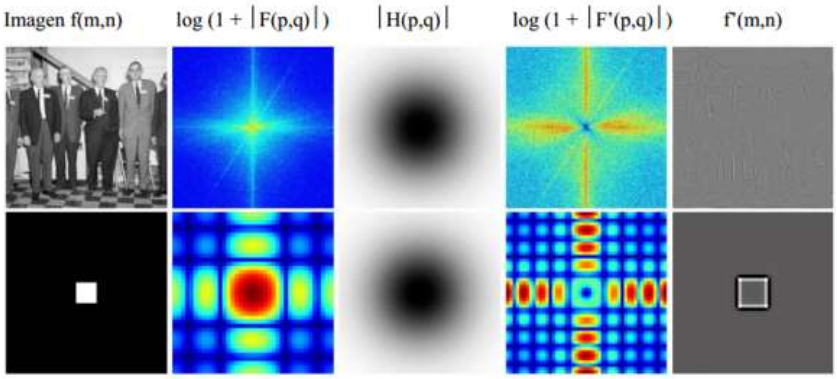

Figura 4: Filtro de paso alto Gaussiano. Aplicación sobre imagen.

V. Conclusión

Concluido este informe se pudo observar que la transformada de Fourier permite facilitar el proceso de filtrado de imágenes. Por medio de esta, se puede llevar la imagen a otro dominio, donde las operaciones son más sencillas y revertir el efecto terminado el proceso. Logrando así un acabo especifico en la imagen.

Además, cabe destacar que la Transformada de Fourier no solo sirve para el tratamiento de las imágenes, sino para todo tipo de señales. Al pasarlas al dominio de frecuencia se puede obtener información que no es evidente en el dominio temporal. Permitiendo obtener los resultados deseados de una manera más espontánea.

Pero yendo más allá de las señales, la transformada de Fourier es útil para muchos usos diversos dentro de la ingeniería de la computación, por lo cual es conveniente tenerla en cuenta como una herramienta ante la resolución de algún problema y los beneficios se harán visibles.

Referencias

[1] G. James, Matemáticas Avanzadas para Ingeniería, Pearson Educación, 2002.

[2] Prof. Guillermo Calandrini, Guía de definiciones y teoremas estudiados en el curso de Funciones de Variable Compleja, 1er. Cuatrimestre 2014.

[3] González, R. C. and Woods, P., Digital Image Processing, Addison Wesley, 2002.

[4] C. Pinilla, A. Alcalá y F. J. Ariza, Filtrado de Imágenes en el dominio de la frecuencia, Revista de teledetección 1997.

[5] Wikipedia, *La enciclopedia libre*, [internet], disponible en http://es.wikipedia.org/Procesamiento_digital_de_imagenes, [acceso el 10 de agosto de 2014].

[6] Ginés García Mateos, Dept. de Informática, Universidad de Murcia, Procesamiento Audiovisual, [internet], disponible en http://dis.um.es/profesores/ginesgm, [acceso el 10 de agosto de 2014].