Transformada de Fourier: Ecodoppler

Brunner Francisco

Estudiante de Ingeniería en Sistemas de Computación
Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina
frabru874@gmail.com
Agosto 2015

Resumen: en el siguiente trabajo se expondrá una de las aplicaciones de la transformada de Fourier en la medicina, en este caso en el estudio por imágenes de la segunda técnica más importante de Ecografía: El Ecodoppler. Los instrumentos Doppler utilizan el desplazamiento en frecuencia para obtener información sobre el movimiento de las células sanguíneas mediante la diferencia entre la frecuencia emitida y la recibida y, para ello, utilizan sistemas de representación como el análisis espectral. Estos espectros son generados en función de la velocidad de las partículas y se obtienen mediante la transformada de Fourier. Abordaremos estas temáticas para explicar cómo la materia se vincula con estudios cotidianos en la medicina.

Palabras clave: Transformada de Fourier, efecto Doppler, Ecografía, frecuencia Doppler.

I. INTRODUCCIÓN

La ecografía Doppler estudia el cambio en la frecuencia recibida desde un receptor fijo, en relación a una fuente emisora en movimiento acoplado a ultrasonido (vibraciones en el rango >20 KHz) con una frecuencia determinada, desde un transductor hacia una columna de partículas sanguíneas en movimiento, que permite conocer ondas de velocidad de flujo de un vaso determinado.

La Transformada Rápida de Fourier (Fast Fourier Transform - FFT) es una herramienta matemática que nos permite estudiar una señal analógica, su aplicación en las partículas (glóbulos rojos, etc.) que producen dispersión cuando interaccionan con el ultrasonido, estas emiten energía en todas direcciones. Los componentes reflejados se propagan en el hemisferio hacia el transductor. El efecto Doppler se define como "el diferencial de frecuencia existente entre la frecuencia de emisión y la de recepción en la propagación de una vibración". Su aplicación a la energía acústica permite realizar estudios de velocimetría en los fluidos arteriales y venosos. Ver Figura 1.

II. ECOGRAFIAS DOPPLER Y SU RELACION CON FFT

El estudio de ultrasonido Doppler dúplex ultrasónico, que es la combinación de imagen de ultrasonido bidimensional (2D) en modo B y velocimetría sanguínea Doppler con pulso de una salida con análisis espectral de forma de onda, es el método no invasivo más exitoso y ampliamente empleado, disponible para el examen y clasificación de la enfermedad vascular. Este capítulo se enfoca en la física e instrumentación que están por detrás de los métodos de ultrasonido para el examen de los vasos sanguíneos. Esta no es una referencia amplia, sino más bien una revisión de tópicos seleccionados, con el fin de enfatizar su importancia u ofrecer una perspectiva diferente de las encontradas en los textos de física estándares.

Existen 3 (tres) tipos de técnicas Doppler utilizadas en la detección del flujo en el corazón, arterias y venas que pueden estar combinadas en un solo instrumento:

1. <u>Ecodoppler Espectral Continuo (Doppler de onda continua/Continous Wave/CW).</u>

Su variante bidireccional tiene capacidad de tratar simultáneamente las señales Doppler positivas y negativas, al introducir, a partir del amplificador y del frecuenciómetro, un sistema que permite realizar la suma y la diferencia de frecuencias en cuadratura.

2. <u>Ecodoppler Espectral Pulsado (Doppler de onda pulsada/Pulsed Wave/PW).</u>

El desconocimiento de la profundidad de la estructura vascular, la interposición de otras estructuras vasculares que interfieren con sus propios ecos reflejados, las derivadas de los diferentes vectores de velocidad de flujo en una misma sección del vaso, pero fundamentalmente el desconocimiento del ángulo de incidencia y la imposibilidad de establecer el diámetro del vaso estudiado, constituyen las principales limitaciones del método Doppler de emisión continua.

3. <u>Ecodoppler Color.</u>

Los dispositivos de ecodoppler color presentan información del movimiento de sangre o tejido en tiempo real, a través de un corte bidimensional. Esta presentación está acompañada de una imagen anatómica de ecografía convencional.

El ecodoppler color es una combinación de la técnica ecocardiográfica normal y un instrumento de doppler pulsado a diferentes profundidades en forma simultánea. Normalmente estos equipos también disponen de ecodoppler espectral para un análisis más detallado de un determinado volumen de muestra.

Si bien existen varios tipos de analizadores de espectros (Analizador basado en filtros, analizadores que extraen componentes particulares, etc.), el más utilizado en la actualidad es la FFT, ver Figura 2. Esta calcula la amplitud de potencia de las señales definidas en función de la frecuencia que genera un espectro donde podemos visualizar:

- las frecuencias Doppler en el volumen de muestra
- las frecuencias máximas representadas en el límite superior del espectro
- su rango, representado por la anchura de éste

$$\mathcal{F}(w) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-i\omega x}dx$$

$$\mathcal{F}(w)\ es\ la\ transformada\ de\ Fourier\ de\ f(x)$$

Para visualizar la información del Ecodoppler espectral, el dispositivo toma un conjunto de muestras de la señal Doppler, luego realiza la transformada rápida de Fourier y el resultado se almacena en memoria, ver Figura 3. Esto se realiza continuamente y luego se presenta en pantalla el resultado de la transformada en forma de columnas donde cada elemento representa una velocidad o frecuencia de desplazamiento y su nivel de gris la cantidad de partículas a esa velocidad. Estas curvas pueden presentar "ruidos", es decir frecuencias por debajo del rango establecido que suele regularse entre 50 y 100 Hz. y por lo tanto deben aplicarse filtros, ver Figura 4.

Además de la longitud de onda (en unidades de distancia) y período (en unidades de tiempo), cada onda tiene también otras dos propiedades: la amplitud y la fase. Toda la información de una onda es codificada en amplitud y fase. La imagen de ultrasonido modo B muestra amplitud de eco, y la información de velocidad Doppler se adquiere a partir de la fase. Estas dos clases de información son independientes: una puede cambiar mientras la otra permanece constante.

La amplitud de una onda de sonido puede ser medida de muchas formas diferentes, pero cada método mide propiedades experimentadas por las moléculas del material a través del cual está viajando el sonido. Cada molécula experimenta una fluctuación de presión, que es un desplazamiento hacia atrás y adelante a lo largo de la dirección de la onda que viaja, asociado con una velocidad y aceleración molecular. El desplazamiento, velocidad y aceleración son como el desplazamiento, velocidad y aceleración de un columpio o péndulo. La frecuencia y la fase están estrechamente relacionadas. Cuando un Doppler de 5 MHz va a una velocidad de sangre que se aproxima a 75 cm/seg, el eco Doppler tiene una frecuencia de 5.005 MHz. La frecuencia es aumentada en 0,1% o 1/1000 de la frecuencia transmitida. Otra forma de pensar en esto es que la fase se hace más avanzada con cada ciclo: por cada 1.000 ciclos, la fase ha avanzado 1 ciclo. Después de los primeros 10 ciclos, la fase ha avanzado 1/100 de un ciclo. Como un ciclo es de 360 grados, después de 10 ciclos la fase ha avanzado 3,6 grados, y después de 100 ciclos la fase ha avanzado 36 grados. Puede ser conveniente pensar en el cambio Doppler como un cambio continuo de la fase en lugar de un cambio de frecuencia.

Para detectar los cambios de frecuencia o de fase, se utiliza un método denominado Autocorrelación. Matemáticamente, el multiplicador realiza las siguientes operaciones:

$$\cos\Phi_1.\cos\Phi_2 + \operatorname{sen}\Phi_1.\operatorname{sen}\Phi_2 = \cos(\Phi_1 - \Phi_2)$$
$$\operatorname{sen}\Phi_1.\cos\Phi_2 + \cos\Phi_1.\operatorname{sen}\Phi_2 = \operatorname{sen}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

Donde $\Phi_1 = W_1 .t$ es la fase de la señal retardada y $\Phi_2 = W_2 .t$ es la fase de la señal no retardada. W es la frecuencia angular. Ver Figura 5.

El dispositivo de Ecodoppler espectral cuenta con un demodulador de fase cuadratura donde se ingresan dos señales en el bloque que realiza el análisis espectral y utiliza la FFT. Esta representación frecuencial está compuesta por un conjunto de FFTs en el tiempo. Supóngase que la señal Doppler se muestrea a 256KHz. En un período de 10ms se obtendrán 256 muestras. Esta cantidad es suficiente como para obtener un espectro útil de la señal. De este modo, se podrán obtener 100 espectros por segundo, donde cada uno podrá contener información de 128 frecuencias distintas. La frecuencia inferior será igual al número de FFTs por segundo (100Hz), y la superior, será la mitad de la frecuencia de muestreo (12,8KHz). Esta rápida secuencia de FFTs podrá ser visualizada mediante la representación espectral propuesta.

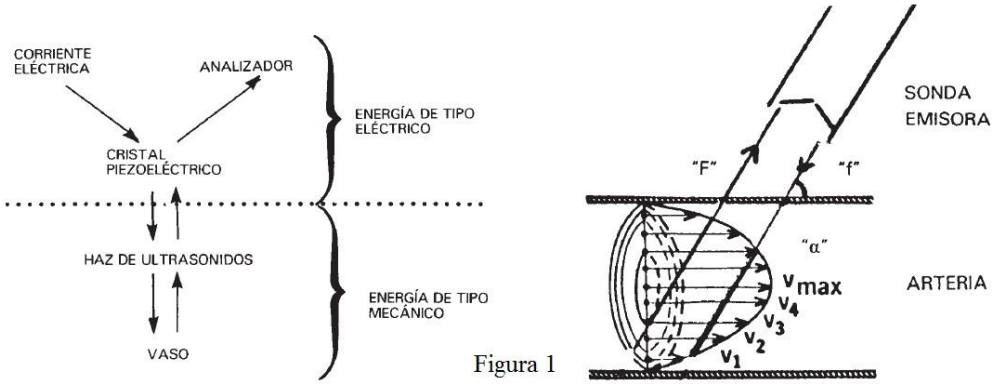


Figura 1

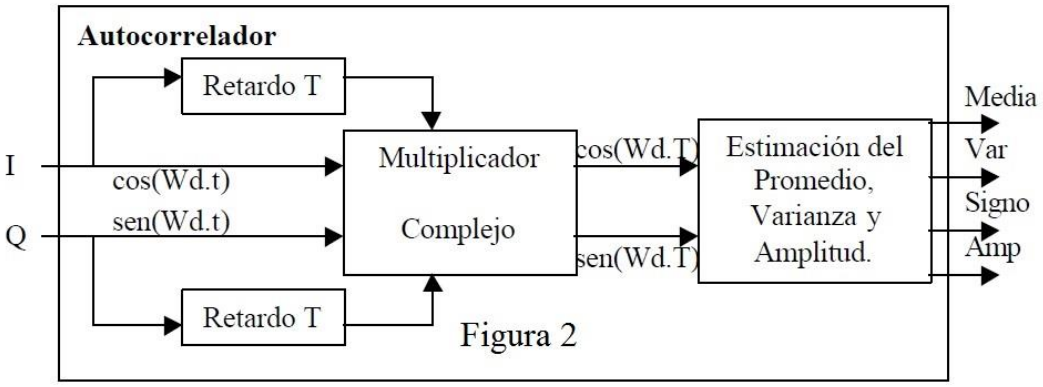


Figura 2

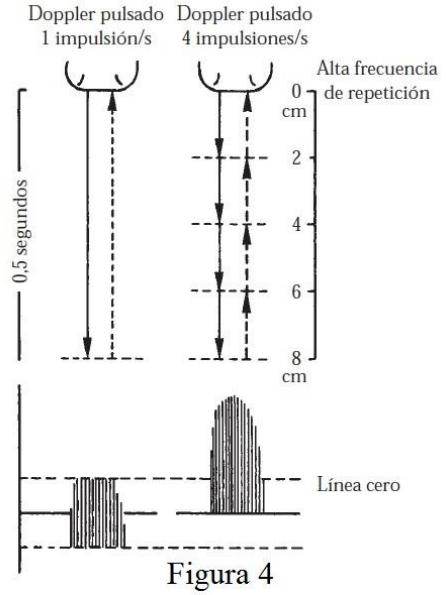


Figura 4

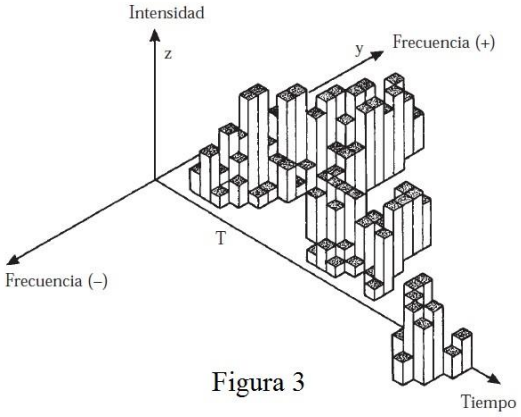
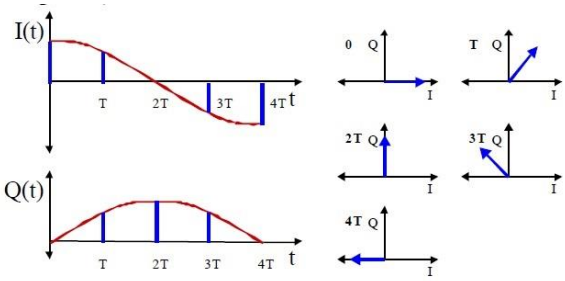


Figura 3



$\Delta\Phi = W_d . T = 2\pi . f_d$

f_d es proporcional v

Figura 5

I. CONCLUSIÓN

Resumiendo, luego de haber comparado y analizado diferentes métodos de estudio de señales en el cuerpo humano se puede apreciar cómo la "Transformada de Fourier" está directamente relacionada con la medicina.

Considero que este no es el único contenido vinculado al diagnóstico médico sino que los diversos temas vistos en la materia "Funciones de Variable Compleja" pueden aplicarse también a esta ciencia.

Estos conceptos han permitido que hoy en día existan dispositivos capaces de detectar anomalías en el flujo de la sangre o visualizar el proceso de gestación de una criatura en el vientre materno y realizar diagnósticos más precisos.

REFERENCIAS

[1] Ecodoppler – Imágenes en Medicina [internet], disponible en http://dea.unsj.edu.ar/imagenes/recursos/EcoDoppler.PDF [acceso el 30 de mayo de 2015].

[2] Josep Marinel-lo Roura, Jordi Juan Samsó - Diagnóstico Hemodinámico en Angiología y Cirugía Vascular

[3] Matemática de las señales – Eugenio Hernández – Universidad Autónoma de Madrid

[4] Wikipedia, *La enciclopedia libre*, [internet], disponible en http://es.wikipedia.org/wiki/Ecografía_Doppler [acceso el 30 de mayo de 2015].