

NAVEGACIÓN AUTÓNOMA EN GRANDES SUPERFICIES EXTERIORES NO ESTRUCTURADAS

Favio Masson * Jose Guivant *** Eduardo Nebot **

* *Departamento de Ingeniería Eléctrica, Univ. Nac. del Sur*

** *Australian Centre For Field Robotics, University of Sydney*

Resumen: Este trabajo aborda la cuestión de la navegación en grandes superficies exteriores. Se presentan con datos experimentales para mostrar los problemas mas comunes en la implementación de algoritmos de localización y construcción simultánea del mapa. Se introduce además un filtro para localización basada en filtros de Monte Carlo que agregan integridad a los algoritmos de localización unimodales basados en el Filtro Extendido de Kalman. Se presentan también resultados experimentales con una discusión sobre futuras líneas de desarrollo.

AUTONOMOUS NAVIGATION IN LARGE NON STRUCTURED OUTDOOR AREAS

Abstract: This paper addresses the problem of navigation in very large outdoor environments. It presents experimental results to demonstrate the most typical problems faced in the implementation of real time simultaneous localization and mapping algorithms (SLAM). It introduces a Monte Carlo type filter localizer to address important integrity issues of standard uni-modal Extended Kalman Filter (EKF) based localizer algorithms. Experimental results in a large outdoor environment are also presented with a discussion of future research directions.

Keywords: Localización, Monte Carlo Filters, Navegación autónoma, SLAM

1. INTRODUCCIÓN

La navegación autónoma confiable en ambientes altamente no estructurados representa un problema formidable en términos de sensado, percepción y algoritmos de navegación (Chatila, 1995). El problema de la localización dado un mapa del ambiente o la estimación del mapa conociendo la posición del vehículo es un problema resuelto y de hecho utilizado en aplicaciones industriales y de investigación (Durrant-White, 1996). Los ambientes externos presentan un desafío adicional debido a la carencia de un sensor confiable y

algoritmos de percepción que puedan trabajar en forma fiable bajo todas las condiciones de tiempo.

Un problema mas complicado es cuando el mapa y la posición del vehículo deben ser estimados. Este problema se conoce en inglés con el nombre de *Simultaneous Localization and Map Building* (SLAM) (Guivant and Nebot, 2001) o *Concurrent Map Building and Localization* (CML) (Leonard *et al.*, 2001). Este problema ha sido tratado por Thrun *et al.* (2000) usando métodos de Monte Carlo en sitios cerrados y en Durrant-White *et al.* (2001) usando suma de Gaussianas en aplicaciones submarinas. Aunque estos métodos pueden mane-

jar distribuciones multi modales tienen aún un alto costo de cálculo para ser aplicadas en tiempo real. En ese caso el filtro de Kalman es usado extensamente en localización autónoma e incluso puede ser extendido para resolver el problema del SLAM en tiempo real (Guivant and Nebot (2001; 2002)). Sin embargo, debido a la naturaleza de las distribuciones gaussianas de ruido consideradas, estos filtros poseen limitaciones. La más importante es la falla en la asociación entre la medida obtenida del ambiente con la información presente en el mapa. Esto puede resultar en situaciones catastróficas en la navegación. En este tipo de filtros además es muy restringido el tipo de descripciones o representaciones del ambiente.

Este trabajo esta organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el problema de la asociación de datos con corridas experimentales. En la sección 3 se presenta el problema de percepción del ambiente. En la sección 4 se presenta un filtro de Monte Carlo que permite resolver los problemas planteados en las secciones anteriores y en la sección 5 resultados experimentales del uso de estos filtros y líneas futuras de trabajo basadas en estas soluciones que prometen resolver el problema completo del SLAM.

2. ASOCIACIÓN DE DATOS

La habilidad repetitiva y consistente de detectar y reconocer una entidad específica y bien definida en el ambiente a través de las medidas de un sensor se la refiere como *detección de rasgos*. La entidad detectada, la cual puede ser observada repetidamente tanto en un sensor como en un campo geométrico, es denominada *rasgo*. La principal ventaja de detectar y representar rasgos es que pueden ser usados para resumir y describir el ambiente de una forma adecuadamente rica para navegación. Se referirá al mojón como aquel rasgo incorporado al mapa.

En navegación hay una pregunta que sobreviene cada vez que un rasgo es detectado. Cuando un rasgo es sentido, ¿cómo puedo decir que ese rasgo corresponde a un mojón del mapa?. Hay varias maneras de encarar este problema pero el método mas aceptado es usando la estadística para determinar cuan probable es que un mojón determinado sea el detectado. En un filtro de navegación, la innovación ν se define como la diferencia entre la observación y la predicción de la observación como $\nu(k) = z(k) - \hat{z}(k|k-1)$. La media de la innovación será cero y su varianza $S(k) = E[\nu(k)\nu^T(k)]$. Definimos a la innovación cuadrática normalizada como,

$$q(k) = \nu^T(k)S^{-1}\nu(k) \quad (1)$$

que bajo la asunción que el filtro es consistente puede demostrarse que tiene una distribución aleatoria χ^2 con m grados de libertad, donde $m = \dim(z(k))$ es la dimensión de la secuencia de medida.

Para una observación del ambiente se genera q y se elige un umbral de las tablas de χ^2 para un valor de confianza (95% o 99% por ejemplo). Se compara este umbral con el q obtenido y si el valor de q es menor para un mojón dado, entonces el rasgo observado es probablemente ese mojón en el mapa.

Es importante sin embargo hacer este proceso con todos los mojones puesto que es posible que mas de uno pase este análisis dependiendo de la geometría de la posición de los mojones. En estos casos es prudente ignorar la observación mas que tratar de resolver cuál es el mojón observado. En otras palabras es mejor descartar una buena observación que utilizar una mala.

En realidad en muchos casos pueden ser tolerados grandes errores en los estados y el filtro igualmente convergerá. Sin embargo lo que mata al algoritmo de navegación son los errores que resultan en la asociación de datos. La asociación de datos tiene que ver en definitiva con incertidumbres en el origen de la medida.

Cuando se trata de algoritmos de navegación y construcción simultánea del mapa (SLAM), basados en una etapa de exploración y otra de revisita de lugares conocidos para registrar el nuevo mapa aprendido al mapa conocido, depende de la calidad de los sensores externos y el modelo cinemático usados la posibilidad de que la etapa de exploración puede ser extendida a grandes áreas. Sin embargo, no importa cuan buenos son los sensores o el modelo, en algún punto el error acumulado puede hacer imposible la tarea de asociación de la medida con el mapa conocido.

Este problema se muestra en la figura 1. En esta corrida experimental el vehículo comienza a navegar cerca del punto marcado con el número 3 y circula en la dirección de las agujas del reloj. La figura muestra el camino estimado utilizando un filtro de Kalman Comprimido (Guivant and Nebot, 2001) auxiliado con información absoluta de un GPS (Guivant *et al.*, to appear). Los asteriscos representan mojones naturales incorporados como rasgos en el mapa. El vehículo utiliza información interna (velocidad, orientación) para predecir su posición e incorpora rasgos del ambiente al mapa para acotar los errores acumulados por la predicción. Si el vehículo retorna al punto 3 con un error menor que la separación entre mojones entonces es posible utilizar un algoritmo estándar para realizar la asociación de datos y registrar el nuevo mapa local aprendido. En el caso particular

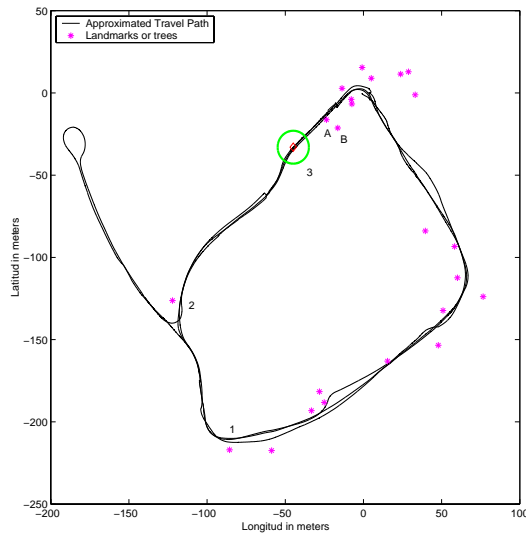


Fig. 1. Cierre de un lazo en un ambiente externo con pocos rasgos externos

mostrado en la figura 1, hay muy pocos mojones en la parte de trayectoria marcada como 1 – 2 – 3, haciendo que el error de estimación del vehículo crezca hasta los 10 metros cuando retorna cerca de la posición inicial marcada como 3. Este error es mostrado como una elipse en la figura 1. Dado que la separación entre los mojones *A* y *B* es de aproximadamente 8 metros, el sistema no podrá realizar la asociación y el filtro estará en falla.

Esta es una limitación inherente para todos los métodos de navegación y construcción del mapa simultáneos y es independiente de método de implementación o el modelo usado. Lo que existe en este caso es la presencia de una múltiple hipótesis en la estimación de la posición del vehículo. Por ello, filtros como el EKF que utilizan distribuciones gaussianas para representar la incertidumbre en los estados del vehículo pueden fallar catastróficamente.

Últimamente han sido presentadas mejoras significativas al algoritmo estándar de asociación de datos del *vecino más cercano* (Nearest Neighbor en inglés) (Neira and Tardos, 2001), donde se considera más de un mojón a la vez. Sin embargo, los estimadores bayesianos no hacen asunciones en cuanto a las características de la distribución de probabilidad y así, las múltiples hipótesis son tratadas naturalmente y hace a estos métodos no sólo más robustos sino de los más prometedores. Además, como veremos en la sección 4, en estos filtros no se hace ningún tipo de asociación de datos.

Otro problema que hace a la naturaleza de filtros como el de Kalman son las asunciones en las características del ruido que forma parte de lo que se denomina sintonización del filtro. Cuatro son los métodos utilizados para validar y sintonizar. El análisis de la magnitud de la innovación, de la

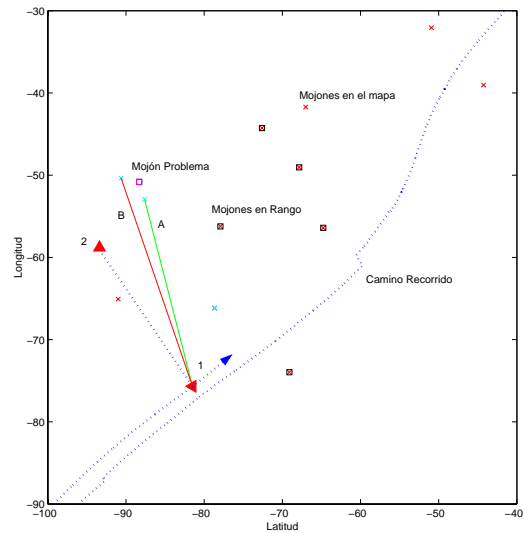


Fig. 2. Falla en navegación con buena sintonía del filtro. El vehículo asocia correctamente la medida *A* e incorrectamente la *B* al mismo mojón problema. Esto provoca que el vehículo *salte* de la posición 1 a la 2 incorrectamente

innovación cuadrática normalizada, de la autocorrelación de la secuencia de innovación y el estudio del error entre el estado estimado y la predicción. A pesar de pasar todas estas pruebas, un filtro puede fallar en la asociación de datos.

En la figura 2 se muestran resultados experimentales de una filtro extendido de Kalman realizando SLAM que está bien sintonizado pero falla repentinamente en la asociación. Esto se debe a que el ruido de medida, a pesar de cumplir con los análisis de la innovación, es pequeño en relación con el ruido de modelo, en otras palabras se *crea* más en la medida que en el modelo. En la figura 2 se muestra el camino estimado utilizando el mismo tipo de filtro que en la experiencia mostrada en la figura 1. Cuando el vehículo llega al punto indicado con 1, mide cuatro rasgos del ambiente con el laser. En la figura se indican dos de ellos (*A* y *B*) como líneas que parten de la posición del vehículo (triángulo). La medida *A* es correctamente asociada con el *mojón problema*. En tanto, la medida *B* es asociada incorrectamente al mismo mojón. Al suceder esto la innovación causa que el vehículo desaparezca de la posición 1 y aparezca en la posición 2, a veinte metros, cuando debería seguir el camino indicado con la flecha. Esta falla en la asociación es obviamente catastrófica y se conoce con el nombre de *vehículo raptado*.

3. PERCEPCIÓN DEL AMBIENTE

La percepción es la impresión material hecha por los sensores del ambiente. El rol que cumple la percepción en la navegación es transformar los

datos provenientes de los sensores en representaciones que pueden ser utilizadas para la toma de decisiones de los componentes del sistema o para el conocimiento de la pose del vehículo (Hebert *et al.*, 1988).

Los sensores son la vía a través de la cual se percibe el ambiente. Existe una gran variedad de estrategias de sensado para la percepción en navegación y guía de vehículos. En la practica es imposible una navegación segura con la utilización de un único sensor. Se requerirá por tanto diferentes conjuntos de sensores para cada aplicación particular en la seguridad de que prácticamente en todas las aplicaciones la confiabilidad es un tema de gran importancia.

Es importante además utilizar una representación adecuadamente rica de los rasgos que nos permitan incorporarlos al mapa y que resulten en una reducción en los requerimientos en almacenamiento y procesamiento. Los rasgos geométricos parametrizan en un número pequeño de objetos geométricos como puntos, líneas, planos o superficies cuadráticas el objeto observado. En ambientes al aire libre los rasgos naturales rara vez pueden ser representados de una forma geométrica parametrizada simple. El problema esencial radica en que la mayoría del terreno simplemente no se ajusta un modelo de geometría simple. Los intentos de adaptar los datos externos a tales modelos en general falla porque es un intento de aplicar una restricción a priori donde no existe. Algunas aplicaciones exitosas seleccionan del ambiente aquello que es posible representar de este modo como árboles o postes (Guivant and Nebot, 2001).

Otra aproximación es, simplemente, definir como una entidad aquello que repetida, consistente e invariablemente es detectado por un sensor en una región del espacio. A esto llamamos rasgos generalizados y han sido utilizados con éxito en aplicaciones de vehículos submarinos autónomos (Majumder, 2001). Casi cualquier entidad detectable por un sensor puede ser utilizada como un rasgo generalizado. Un rasgo generalizado es usualmente una combinación de alguna de tres características. Ellas son las características espaciales (área, perímetro, centro de masa), las características de amplitud (intensidad, color, textura, etc.) y características de procesamiento (media, varianza o transformada de Fourier de la amplitud de los datos). A menudo las características espaciales son suficientes, sin embargo es claro que la combinación de todas es una representación mucho mas rica del ambiente que puede ayudar a la robustez y el desempeño de la navegación en incluso a resolver ambigüedades en el caso de una asociación. Este tipo de representaciones son imposibles de incorporar en filtros como el de Kalman, lo que constituye un argumento más para

la búsqueda de una solución alternativa para la navegación.

4. ESTIMACIÓN BAYESIANA EN NAVEGACIÓN

El problema del SLAM bajo una aproximación probabilística requiere el conocimiento para todo instante de tiempo k de la densidad de probabilidad marginal $p(x_k, \mathbf{m} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^k, x_0)$, donde x_k son los estados del vehículo, x_0 es su condición inicial, \mathbf{m} son los estados que representan los mojones en el mapa y \mathbf{Z}^k y \mathbf{U}^k son todas las observaciones y señales de entrada hasta el instante k . Para obtener la forma recursiva de esta densidad (Durrant-White *et al.*, 2001), se asume conocida la densidad $p(x_{k-1}, \mathbf{m} | \mathbf{Z}^{k-1}, \mathbf{U}^{k-1}, x_0)$. Aplicando entonces la regla de Bayes y el teorema de la Probabilidad Total y obviando la condición inicial por simplicidad de notación, se obtiene:

$$p(x_k, \mathbf{m} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^k) = \kappa p(z_k | x_k, \mathbf{m}) \int p(x_k | x_{k-1}, u_k) p(x_{k-1}, \mathbf{m} | \mathbf{Z}^{k-1}, \mathbf{U}^{k-1}) dx_{k-1} \quad (2)$$

donde κ es una constante de normalización, $p(z_k | x_k, \mathbf{m})$ representa el modelo de observación y $p(x_k | x_{k-1}, u_k)$ el modelo de la dinámica del vehículo. Cuando el mapa m is conocido,

$$p(x_k | \mathbf{m}, \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^k) = \kappa p(z_k | \mathbf{m}, x_k) \int p(x_k | x_{k-1}, u_k) p(x_{k-1} | \mathbf{m}, \mathbf{Z}^{k-1}, \mathbf{U}^{k-1}) dx_{k-1} \quad (3)$$

representa el *Problema de Localización*.

4.1 Localización con el Filtro de Partículas

El filtro de partículas aproxima la densidad de probabilidad conjunta posterior con un conjunto de muestras aleatorias llamadas partículas. A medida que el número de muestras es mas grande, proveen una representación exacta y equivalente de la distribución aproximada, esto es, el resultado del filtro será cercano a la de un filtro bayesiano puro. En este trabajo se utiliza el filtro SIR (Gordon *et al.*, 1993) (por su sigla en inglés: Sampling Importance Resampling) para localizar un vehículo en un mapa predefinido usando medidas de rango y ángulo. Asumiendo que se disponen de R muestras $\{x_{k-1}^i\}_{i=1}^R$ de la distribución posterior previa, el modelo de proceso propaga esas muestras para obtener $\{\tilde{x}_k^i\}_{i=1}^R$. Las nuevas muestras representan la densidad de probabilidad *a priori* $p(x_k | \mathbf{m}, \mathbf{Z}^{k-1}, \mathbf{U}^k, x_0)$.

La etapa de actualización se desarrolla en dos partes. El primer paso consiste en la evaluación de una probabilidad para cada partícula como:

$$w_i = \frac{p(z_k | \mathbf{m}, \tilde{x}_k^i)}{\sum_{j=1}^R p(z_k | \mathbf{m}, \tilde{x}_k^j)} \quad (4)$$

donde z_k es la observación en el instante k . El par $\{\tilde{x}_k^i\}_{i=1}^R, \{w_k^i\}_{i=1}^R$ define una distribución discreta que tiende a la distribución continua real posterior con R tendiendo a infinito. El segundo paso es la realización de un re-muestreo que consiste en la selección de aquellas partículas con probabilidad $p_r\{x_k^j = \tilde{x}_k^i\} = w_k^i$ para cada j .

4.1.1. *Cálculo de $p(z_k | \mathbf{m}, x_k)$* En el caso de que se dispongan de observaciones del ambiente en rango y ángulo (z_r, z_β) , se asume que las medidas están contaminadas con ruido aditivo (γ_r, γ_β) con una distribución de probabilidad genérica. La distribución de probabilidad condicional de la observación (z_r, z_β) respecto de los estados del vehículo, considerando las incertidumbres en la posición de los mojones y ruido en la observación, puede ser obtenida a partir de la siguiente integral,

$$p(z_k | \mathbf{m}, x_k) = \int_{\Omega} p(\mathbf{m}_x, \mathbf{m}_y, \gamma_r, \gamma_\beta) \mu |\overrightarrow{dS}| \quad (5)$$

$$\Omega = \{(\mathbf{m}_x, \mathbf{m}_y, \gamma_r, \gamma_\beta) \in \mathfrak{R}^4\}$$

La integral es una integral de superficie y $p(\cdot)$ es la distribución de probabilidad conjunta de las variables aleatorias debida a las cuatro fuentes de ruido. El factor $\mu \cdot |\overrightarrow{dS}|$ es el diferencial de superficie usado para realizar la integración sobre la región de superficie definida por las restricciones:

$$z_r = \sqrt{(\mathbf{m}_x - x_L)^2 + (\mathbf{m}_y - y_L)^2} + \gamma_r \quad (6)$$

$$z_\beta = \arctan\left(\frac{\mathbf{m}_y - y_L}{\mathbf{m}_x - x_L}\right) - \varphi + \frac{\pi}{2} + \gamma_\beta$$

A partir de la ecuación 5 y usando la densidad de distribución de probabilidad $F_{z_r, z_\beta}(z_{r_0}, z_{\beta_0})$ restringida a las observaciones, es posible resolver esa integral a partir de,

$$p_{z_r, z_\beta}(z_{r_0}, z_{\beta_0}) = \frac{\partial F_{z_r, z_\beta}(z_{r_0}, z_{\beta_0})}{\partial z_r \partial z_\beta} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{m}_x, \mathbf{m}_y, \gamma_r(\mathbf{m}_x, \mathbf{m}_y), \gamma_\beta(\mathbf{m}_x, \mathbf{m}_y)) \quad (7)$$

$$d\mathbf{m}_x d\mathbf{m}_y$$

donde,

$$\gamma_{r_0} = z_{r_0} - \sqrt{(\mathbf{m}_x - x_L)^2 + (\mathbf{m}_y - y_L)^2}, \quad (8)$$

$$\gamma_{\beta_0} = z_{\beta_0} - \arctan\left(\frac{\mathbf{m}_y - y_L}{\mathbf{m}_x - x_L}\right) + \varphi - \frac{\pi}{2},$$

Esta integral es evaluada numéricamente reduciendo la región de integración a la región del



Fig. 3. Ambiente donde se desarrolló la experiencia

espacio $\mathbf{m}_x, \mathbf{m}_y$ cercana a los mojones. Esta simplificación es válida teniendo en cuenta que la densidad $p_{\mathbf{m}_x, \mathbf{m}_y}(\mathbf{m}_x, \mathbf{m}_y)$ es aproximada por una suma de densidades de distribución gaussianas.

5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y LÍNEAS FUTURAS

Una estructura híbrida entre el filtro de Kalman realizando SLAM y un filtro de partículas realizando la localización cuando se producen fallas de asociación, fue utilizada en un ambiente no estructurado como el que muestra la figura 3.

Cuando sucede una falla en la asociación, el filtro de partículas se inicializa con la media e incertidumbres reportadas por el filtro de Kalman. Los resultados del experimento se muestran en las figuras 4 y 5. La figura de arriba a la izquierda de la figura 5 muestra la inicialización filtro de partículas. Esta figura muestra una forma helicoidal de la distribución de las partículas que mejora el desempeño del filtro (Masson *et al.*, 2002). Las flechas representan la posición y orientación del vehículo y las estrellas los mojones presentes en el mapa. La característica de múltiples hipótesis se ve con claridad en esta figura.

5.1 Filtro Separado

En la sección 4 se mostró que el problema del SLAM se sintetiza en la necesidad de conocer la densidad $p(x_k, \mathbf{m} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^k)$. Si se aplica la regla de la cadena a esta probabilidad, se obtiene

$$p(x_k, \mathbf{m} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^k) = p(x_k | \mathbf{m}, \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^k) p(\mathbf{m} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^k) \quad (9)$$

donde $p(x_k | \mathbf{m}, \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^k)$ es el problema de localización y es válida la igualdad

$$p(\mathbf{m} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^k) = p(\mathbf{m} | \mathbf{Z}^k) \quad (10)$$

dado que \mathbf{m} no depende de las acciones de control.

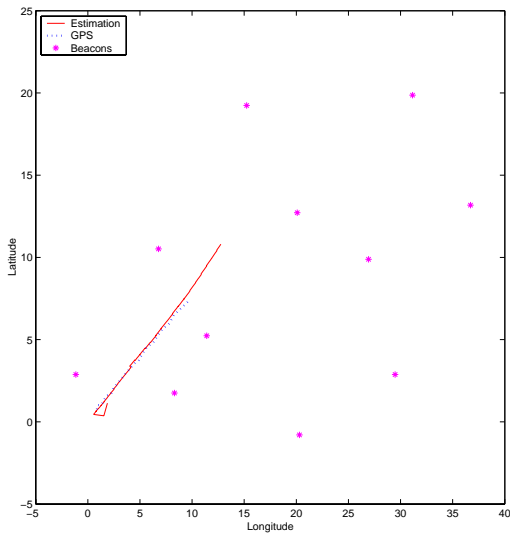


Fig. 4. Magnitud promedio de la posición del vehículo obtenida a partir de una simulación de Monte Carlo consistente en 50 corridas.

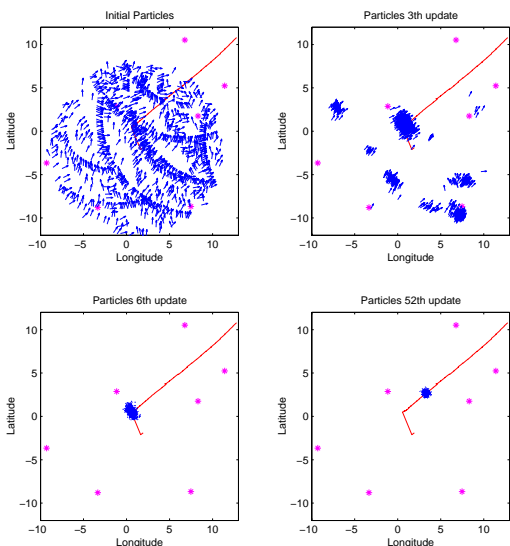


Fig. 5. Nube de partículas en tiempos seleccionados superpuestas sobre información disponible de GPS

De esta forma hemos separado el problema del SLAM en otro que consiste resolver el problema de la localización y en hallar la densidad de probabilidad del mapa condicionada a las medidas y la condición inicial del vehículo. Así, como hemos visto, el primer problema es tratable con un filtro de partículas y queda por resolver la forma que tendrá el segundo y su relación con la localización. Es cierto que el modelo dinámico del mapa es lineal con un modelo de observación no lineal. Es de esperar que pueda encontrarse una solución simple que permita implementar en tiempo real esta solución.

REFERENCIAS

- Chatila, R. (1995). Autonomous navigation in natural environments. *Robotics and Autonomous Systems* **16**, 197–211.
- Durrant-White, H.F. (1996). An autonomous guided vehicle for cargo handling applications. *International Journal of Robotics Research* **15**(5), 407–440.
- Durrant-White, Hugh, S. Majumder, S. Thrun, M. De Battista and S. Scheduling (2001). A bayesian algorithm for simultaneous localization and map building. *Proc. of the* **1**(1), 1–12.
- Gordon, N. J., D. J. Salmond and A. F. M. Simth (1993). Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation. *IEE Proceedings-F* **140**(2), 107–113.
- Guivant, J. and E. Nebot (2001). Optimization of the simultaneous localization and map building algorithm for real time implementation. *IEEE Transaction on Robotics and Automation* **17**(3), 242–257.
- Guivant, J. and E. Nebot (2002). Improved computational and memory requeriments of simultaneous localization and map building algorithms. *To be presented in IEEE ICRA 2002*.
- Guivant, J., F. Masson and E. Nebot (to appear). Simultaneous localization and map building using natural features and absolute information. *Robotics and Autonomous Systems*.
- Hebert, M., T. Kanade and I.S. Kweon (1988). 3-d vision techniques for autonomous vehicles. *Proceedings NSF Range Image Understanding Workshop* pp. 273–337.
- Leonard, J., P. Neuman and R. Rikoski (2001). Towards robust data association and feature modelling for concurrent mapping and localization. *Proceedings of the International Symposium of Robotics Research*. Lorne, Australia.
- Majumder, Somajyoti (2001). Sensor Fusion and Feature Based Navigation for Subsea Robots. Phd thesis. Australian Centre for Field Robotics, Department of Mechanical and Mechatronic Engineering The University of Sydney.
- Masson, F., J. Guivant and E. Nebot (2002). Hybrid architecture for simultaneous localization and map building in large outdoor areas. *Submitted to IROS 2002*. Loussane, Suiza.
- Neira, J. and J. Tardos (2001). Data association in stochastic mapping using the joint compatibility test. *IEEE Transaction on Robotics and Automation* **17**(6), 890–897.
- Thrun, S., W. Burgard and D. Fox (2000). A real time algorithm for mobile robot mapping with applications to multi-robot and 3d mapping. *Proc. Of 2000 IEEE* pp. 321–326. San Francisco.