0	EMITIDO PARA REVISIÓN	17/04/2008	E.F.	E.F.	F.M.	
REV.	DESCRIPCIÓN	FECHA	PROY.	EJEC.	CONT.	APROB.

CURSO DE CAPACITACION DE RECTIFICADORES Y CIRCUITOS RLC

TEORIA DE CIRCUITOS RLC

Realizado por Bios ingeniería
Bahía Blanca / Argentina / TE: 54 - 291 - 4551834

0

REVISIÓN

Introducción

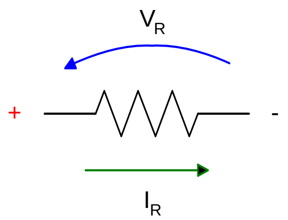
Existen una enorme variedad de componentes eléctricos y electrónicos disponibles en el mercado. La mayor parte de éstos son en realidad circuitos complejos realizados con otros componentes más básicos. Así, por ejemplo, un microprocesador moderno contiene millones de transistores interconectados.
Entre éstos componentes básicos encontramos los que modelan los fenómenos físicos más básicos: Resistencias, inductancias y capacitores.

Resistencias

En gral., todo medio por el que circula una corriente ofrece cierta resistencia a la misma. Ésta resistencia puede medirse por la caída de tensión entre terminales ante el paso de una corriente determinada. La resistencia en sí es un caso de impedancia, y su unidad es el Ohm [Ω].

De esta manera, se define:

$$v_R = R \cdot i_R$$

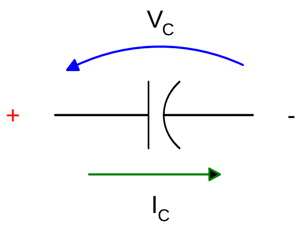


Una resistencia ideal disipa en forma de calor la potencia que se le entrega, $p_R = v_R \cdot i_R$
Existen resistencias comerciales de diferentes tipos, según el uso.

Capacitores

El capacitor es un elemento que almacena energía en forma de potencial eléctrico. La ecuación que lo gobierna es:

$$v_C = \frac{1}{C} \cdot \int i_C \cdot dt$$



Si la corriente es una magnitud de continua, podemos escribir $v_C = \frac{1}{C} \cdot I_C \cdot t$

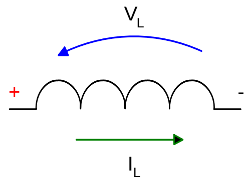
La energía contenida en un capacitor puede expresarse como $E_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_C^2$

De esta manera podemos observar que el capacitor almacena carga a través del tiempo, según la corriente que circula por él. La tensión en bornes dependerá de esta carga y del tamaño del capacitor. La unidad de capacidad es el Farad [F].

Inductor

El inductor suele relacionarse con el campo magnético. La ecuación que lo describe es:

$$v_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$$



Si la tensión es una magnitud de continua, podemos escribir $i_C = \frac{1}{L} \cdot V_L \cdot t$

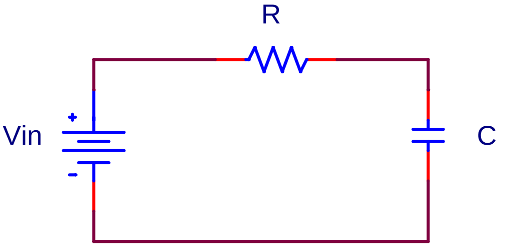
La energía contenida en una inductancia en un momento dado puede expresarse como

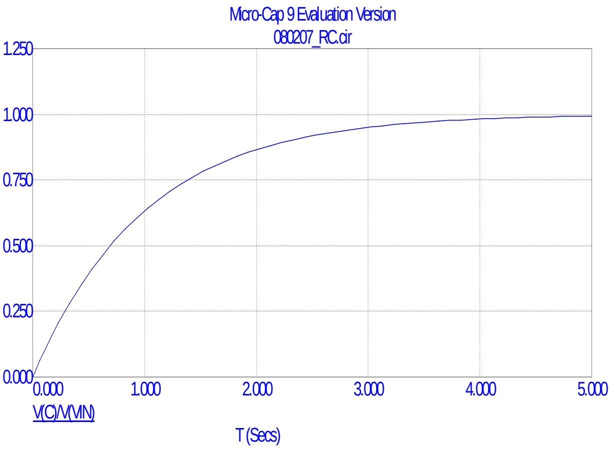
$$E_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_L^2$$

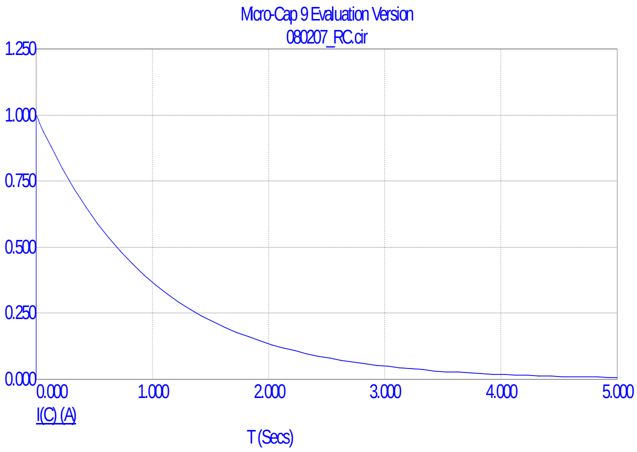
La unidad utilizada para la inductancia es el Henry [H].

Comportamiento temporal

Circuito RC





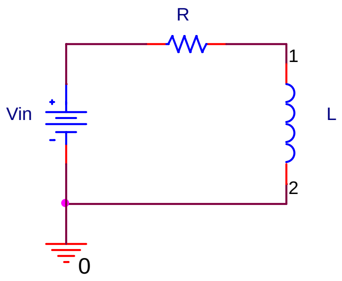


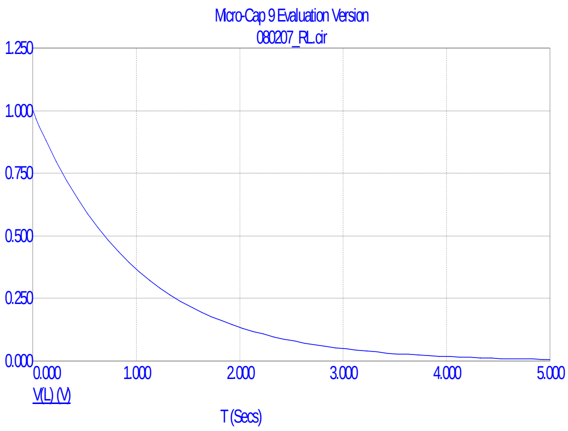
En la simulación precedente, se supuso que inicialmente el capacitor se encontraba descargado.
Como puede verse, al principio la tensión aplicada sobre la resistencia es igual a la de la fuente. Esto implica que circule una corriente de valor inicial Vin/R.
Conforme se va cargando el capacitor, esta tensión disminuye y por ende la corriente sobre el mismo. Si bien la tensión del capacitor nunca llega a ser exactamente igual a la de la fuente, luego de un tiempo considerable puede considerarse así, y la corriente nula.

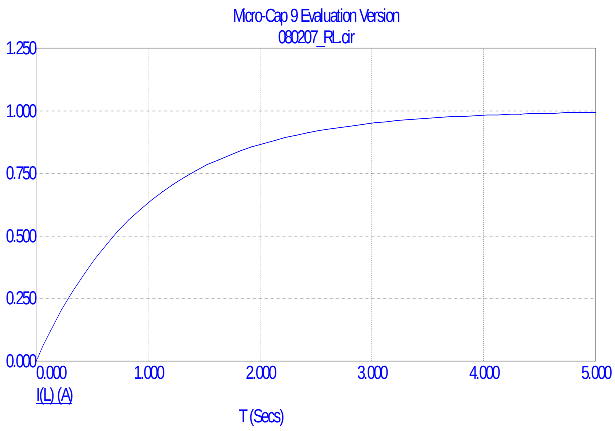
La constante de tiempo del circuito τ se define como el tiempo que tardan la tensión y la corriente en llegar al 63 % del valor estacionario. En este caso es de un 1 seg. Luego de 2τ, las variables llegan al 86% de su valor final, y luego de 3τ al 95% del mismo.

Por lo tanto el τ nos permite hacernos una idea de la dinámica de un circuito simple. En los circuitos R-C, τ= R*C (Cuánto más grande sean R o C, más lento el circuito).

Circuito RL

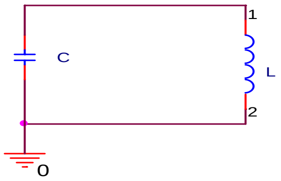


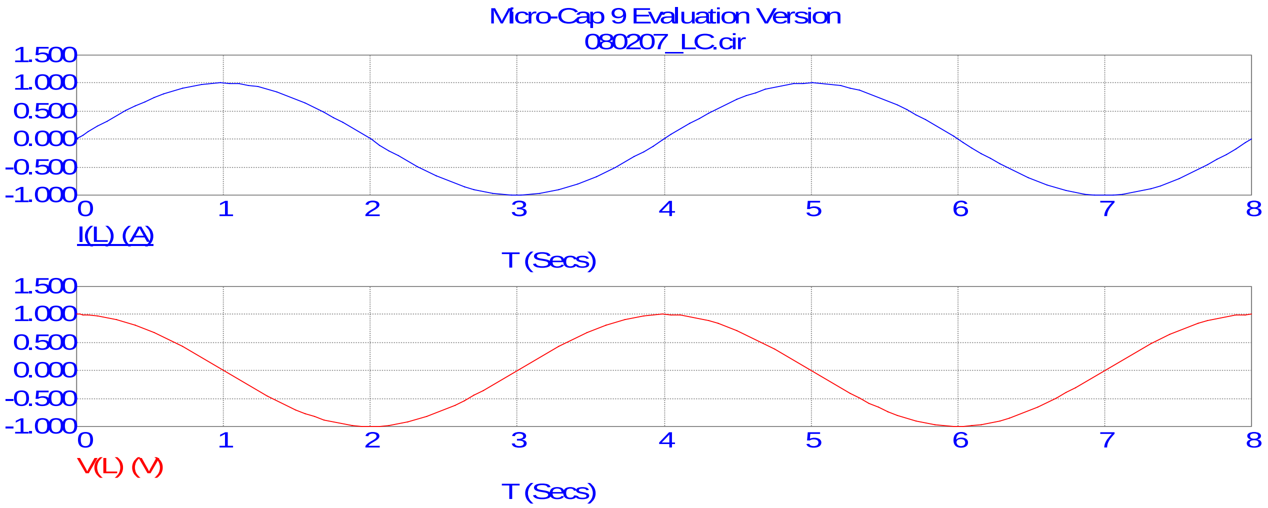




En la simulación precedente, se supuso que inicialmente la corriente por la inductancia era nula.
Como la corriente inicial es igual a cero, la tensión de la fuente está aplicada directamente sobre la inductancia..
Conforme la corriente aumenta, aumenta la tensión en la resistencia y por ende disminuye la de la inductancia. Si bien la corriente nunca llega al máximo posible (Vin/R), luego de un tiempo considerable puede considerarse así, y la tensión sobre la inductancia nula.
Aquí también se aplica el concepto de constante de tiempo de un circuito. Las ideas explicadas para el circuito RC son idénticas para este circuito, con la salvedad de que aquí $\tau = L/R$.

Circuito LC.





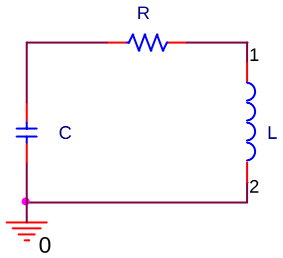
Para este circuito, se consideró que inicialmente el capacitor estaba cargado y no circulaba corriente.

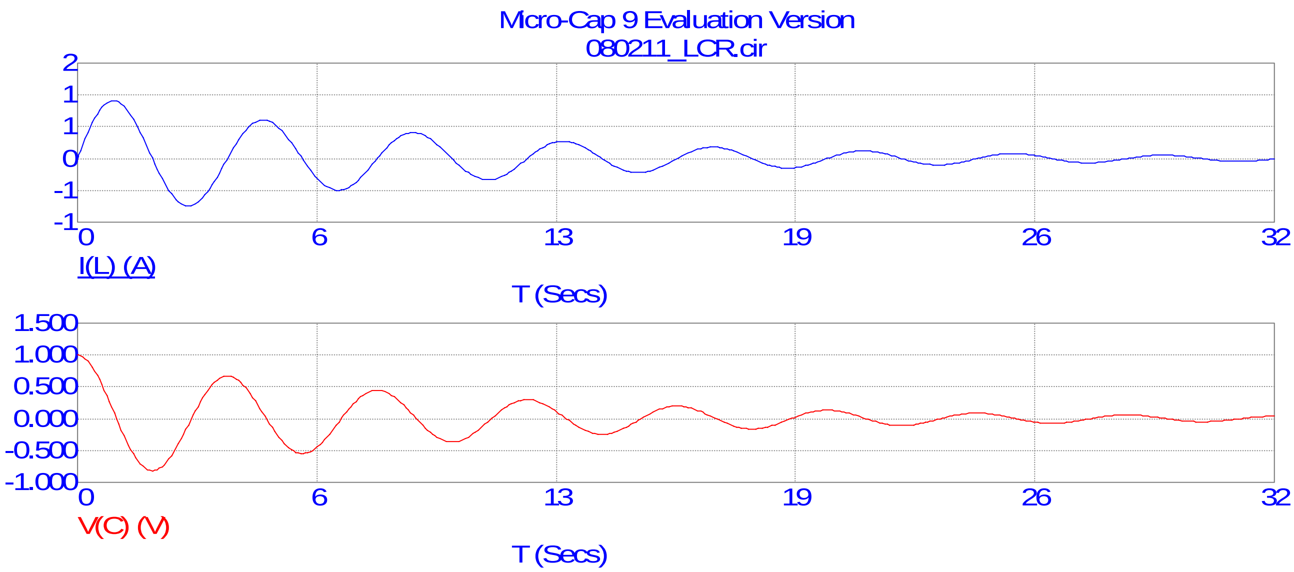
Analicemos el comportamiento. En un principio, la energía del circuito está completamente alojada en el capacitor. Éste empieza a descargarse haciendo circular corriente sobre la inductancia. Esto continúa hasta llegar a un estado tal que la tensión sobre el capacitor es nula (1 seg.). Nótese que en este momento la corriente por la inductancia es máxima, es decir, toda la energía inicial contenida en el capacitor se encuentra en la inductancia.

Luego la inductancia descarga almacenando en el capacitor. Dado que la corriente sigue siendo positiva, el capacitor se carga con tensión negativa (2 seg.). Lógicamente el mismo se volverá a descargar haciendo circular corriente a través de la inductancia, y una inspección sencilla nos muestra que se vuelve al estado inicial (4 seg.).

Esta oscilación continúa infinitamente dado que los componentes son ideales, es decir ninguno de ellos disipa energía al medio (No existen elementos resistivos).

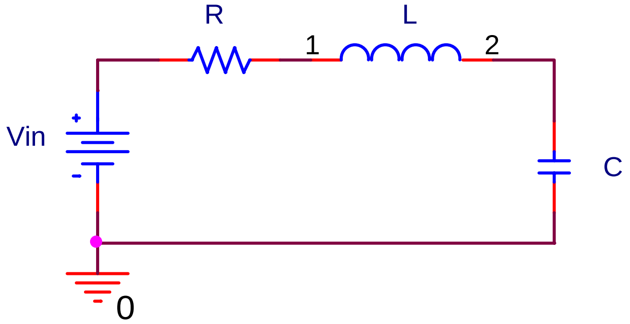
Circuito RLC

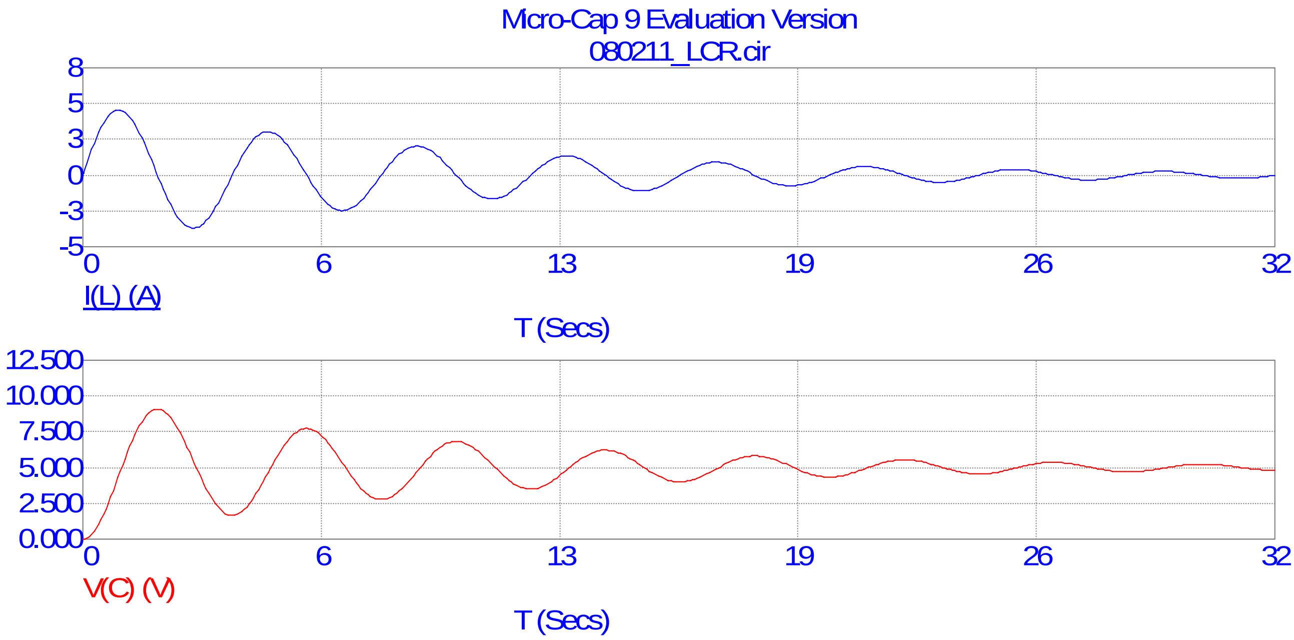




Para este circuito, se consideró que inicialmente el capacitor estaba cargado y no circulaba corriente.
El comportamiento es análogo al anterior, de hecho la componente sinusoidal tiene el mismo período. Sin embargo aquí se evidencia la existencia de un elemento disipador. La sinusoidal se encuentra acotada por una envolvente, y tanto la corriente como la tensión se aproximan asintóticamente a cero.

Presentamos a continuación un circuito semejante, donde se considera que los componentes se conectan a una fuente de tensión. Se supone en este caso que la corriente es nula y la tensión inicial en el capacitor también.





Como podemos ver, el comportamiento es similar, sin embargo la etapa tiende a un estado estable en el que el capacitor se carga a la tensión de la fuente.

Comportamiento en corriente alterna.

Introducción

Para proseguir debemos introducirnos al análisis frecuencial (De corriente alterna o AC). Hasta ahora se evaluó el comportamiento temporal de los componentes ante un estímulo dado. Sin embargo, la mayor parte de los análisis que nos interesan se refieren al estímulo continuado de tensión alterna.
Para esto se definirán algunos conceptos.

Magnitud RMS.

Teniendo en cuenta que las variables que investigamos no son constantes en el tiempo, se hace necesario obtener algún parámetro constante que nos traduzca lo estacionario del comportamiento de AC.

Se define valor o magnitud RMS (también llamado valor eficaz) de una función variable x(t) en el tiempo como:

$$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} [x(t)]^2 \, dt}$$

Es decir, se trata del valor medio cuadrático de la variable. Si bien se puede aplicar a cualquier variable temporal, nuestro interés se centra en las funciones periódicas. De esta manera, puede simplificarse a

$$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} [x(t)]^2 \, dt}$$

donde T es el período de la variable.

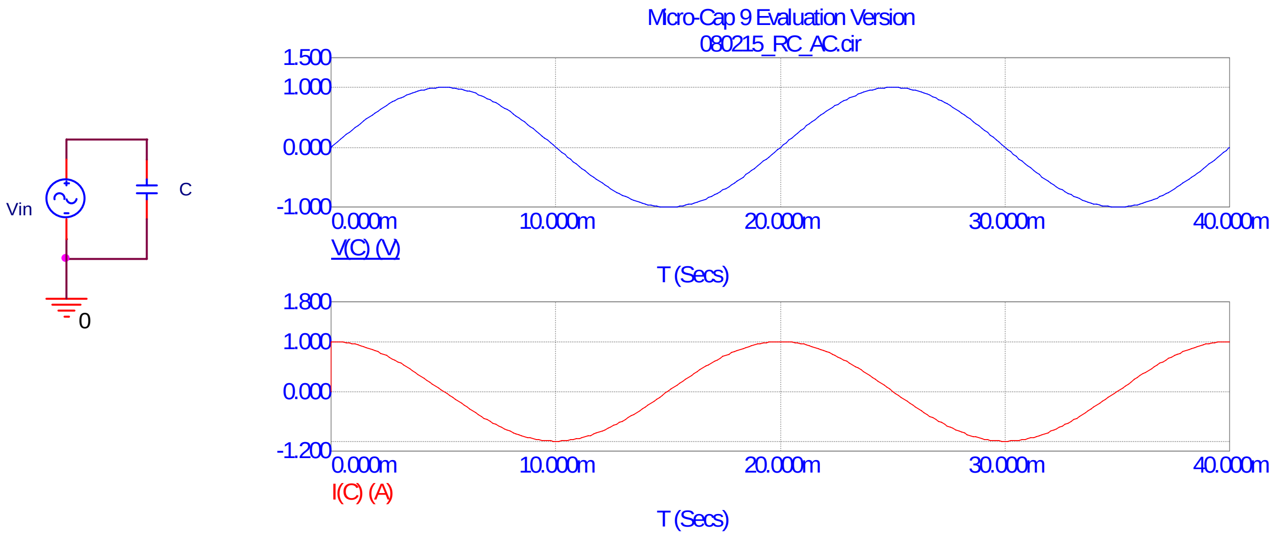
Cómo asociar esta magnitud a la práctica? Existe un paralelo referido a la potencia: Aplicar, por ejemplo, una tensión de 220 V eficaces sobre una resistencia disipa una potencia equivalente a una tensión continua (un banco de baterías, por ejemplo) de 220 V.
En una tensión sinusoidal, la expresión de arriba se simplifica en tanto se conozca el valor máximo. En este caso

$$X_{RMS} = \frac{X_p}{\sqrt{2}}$$

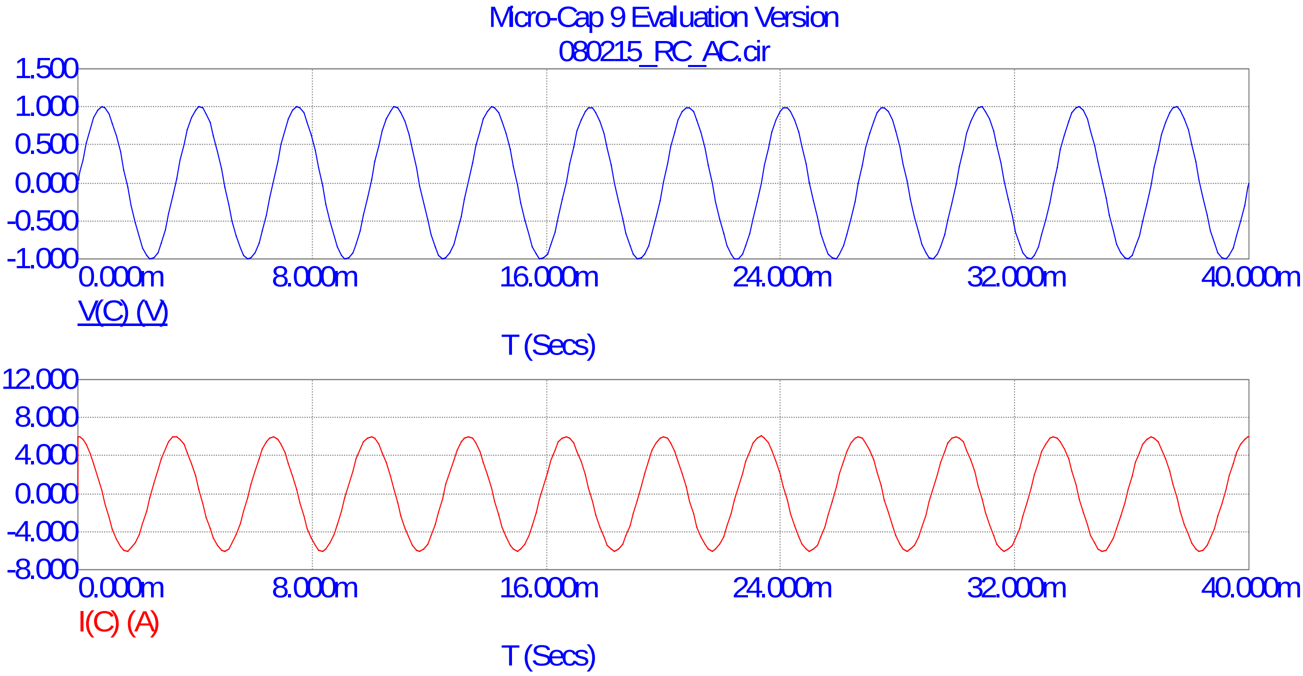
Esto implica por ejemplo, que una tensión eficaz de 220V puede corresponder a una tensión sinusoidal de aproximadamente 311 V de pico.
Naturalmente, este concepto se aplica a la corriente alterna igualmente. Dado que su uso es muy común, se notará directamente con mayúsculas una magnitud de este tipo, limitando las variables en minúsculas a las magnitudes variables en el tiempo.

Impedancia

La relación entre la corriente y la tensión en un dispositivo dado no es tan sencilla como la que puede desprenderse en un análisis de continua. Daremos un ejemplo previo a la definición de impedancia.
Tomemos el siguiente circuito, ensayado para f= 50 Hz.



Como puede verse, en régimen estacionario sinusoidal la corriente “adelanta” a la tensión. Se suele expresar así el hecho de que la corriente tiene una diferencia de fase de +90° con respecto a la tensión aplicada. Así, podría decirse que para cuando la tensión pasa por un punto determinado (por ejemplo, el cruce por cero), la corriente pasó por allí 90° eléctricos antes.
Por otra parte, examinemos el siguiente gráfico, correspondiente a un ensayo del mismo circuito, a una frecuencia f= 300 Hz.



Como vemos, no hay diferencia en cuanto al desfasaje, sin embargo es evidente que bajo la misma magnitud de tensión (0.707 Vrms), la magnitud de corriente es mucho mayor. Esto indica que la relación entre corriente y tensión en alguno de estos dispositivos depende fuertemente de la frecuencia.

Resistencia

La relación entre corriente y tensión en una resistencia es constante, y por lo tanto independiente del tipo de señal que se aplique. Así se define

$$\dot{Z}_R = \frac{\dot{V}_R}{\dot{I}_R} = \frac{V_R}{I_R} = Z_R = R$$

Capacitor

El valor absoluto de impedancia de un capacitor puede definirse como:

$$Z_C = \frac{V_C}{I_C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

En general se usan números complejos en transformadas fasoriales para expresar una impedancia. Esto tiene la ventaja de expresar al mismo tiempo la relación entre magnitudes y al mismo tiempo el efecto de la frecuencia en la diferencia de fases. Si bien no es nuestro objetivo utilizar éstas magnitudes, se define aquí con propósitos informativos:

$$\dot{Z}_C = \frac{\dot{V}_C}{\dot{I}_C} = \frac{1}{j2\pi fC}$$

Puede observarse que la impedancia de un capacitor disminuye con el aumento de frecuencia. Asimismo, para una misma frecuencia, un capacitor C1 mayor que otro C2 tendrá una menor impedancia.

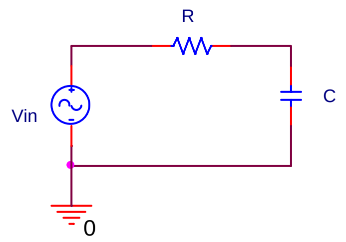
Inductancia

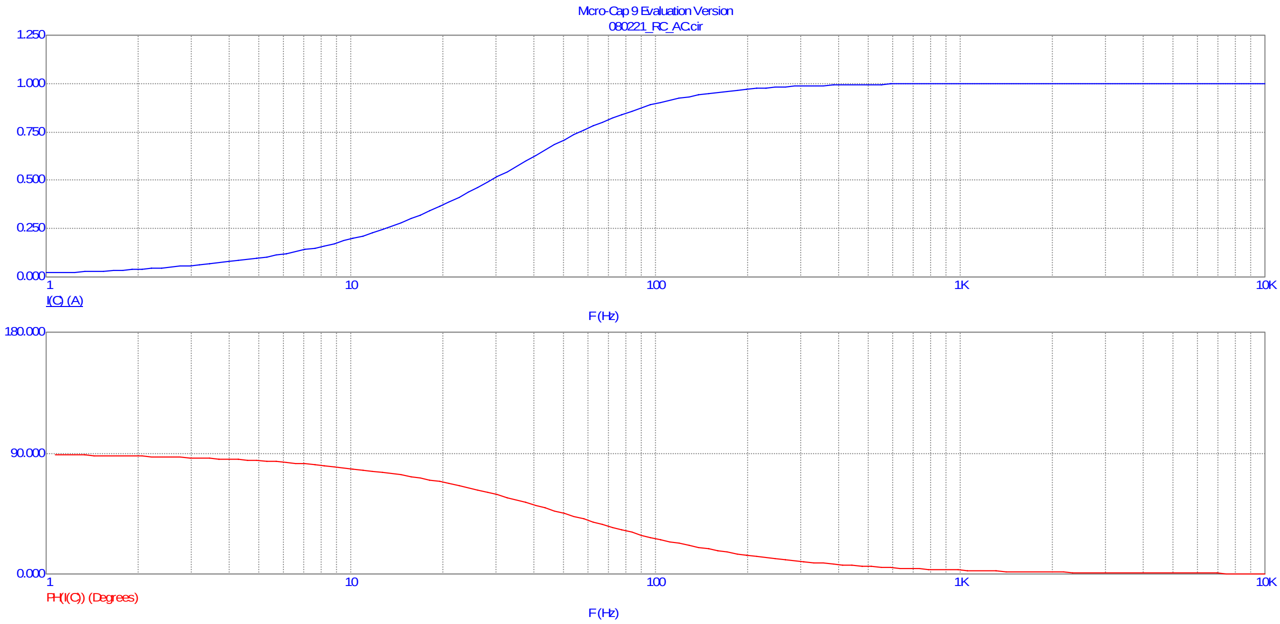
Una simulación equivalente a la mostrada para el capacitor podría mostrar que la inductancia tiene un comportamiento simétrico al del capacitor.
Por ende, en la inductancia la corriente "atrasa" a la tensión en 90° en lugar de adelantarla, y para una tensión de magnitud constante, la corriente disminuye su magnitud conforme aumenta la frecuencia de la señal aplicada.
La impedancia se define como:

$$\dot{Z}_L = \frac{\dot{V}_L}{\dot{I}_L} = j2\pi fL \qquad Z_L = \frac{V_L}{I_L} = 2\pi fL$$

Circuitos

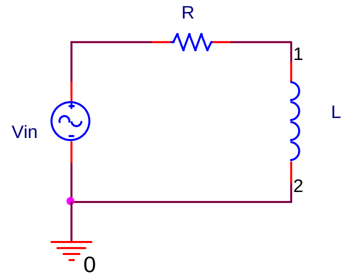
Circuito RC

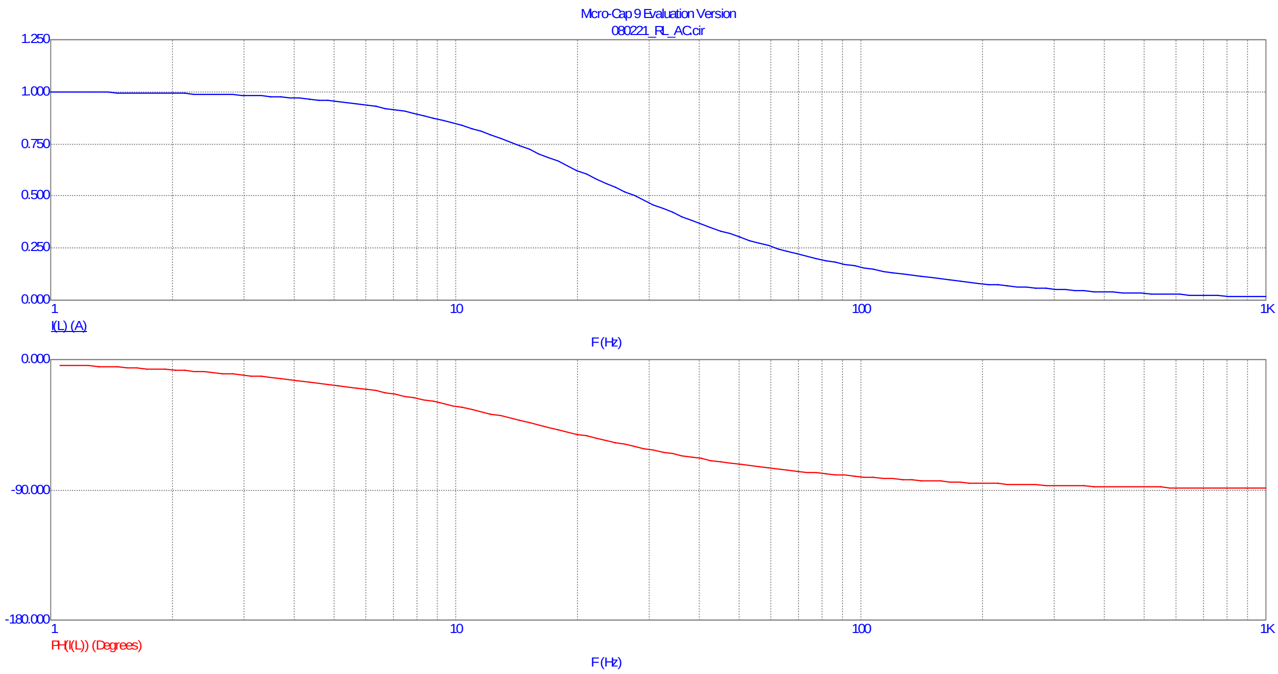




Las variables que se graficaron en las figuras son la magnitud de la corriente que circula en el circuito y su fase (se considera que la tensión de entrada al mismo tiene fase 0), ambas con respecto a la frecuencia. El eje de frecuencia es logarítmico para mejorar la percepción del fenómeno.
Como puede notarse, la corriente es aproximadamente nula para frecuencias bajas. Esto sucede así pues en ese dominio la impedancia del capacitor es muy grande, limitando la corriente a valores bajos.
Conforme la frecuencia aumenta, lógicamente también lo hace la corriente. Hacia los valores más altos de frecuencia puede verse que la corriente se estabiliza en un valor fijo. Esto significa que la impedancia del capacitor se ha hecho muy pequeña (prácticamente despreciable), con lo cual la corriente que circula queda limitada sólo por la resistencia.
Si analizamos la fase de la corriente veremos que coincide con lo explicado. Es decir, la fase de la misma es cercana a 90° cuando la impedancia total del circuito se debe mayoritariamente al capacitor, y cercana a 0 cuando su efecto disminuye.

Circuito RL



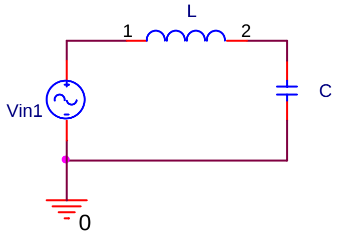


De la misma manera que en el ejemplo anterior, se muestra aquí la magnitud y fase de la corriente circulante.

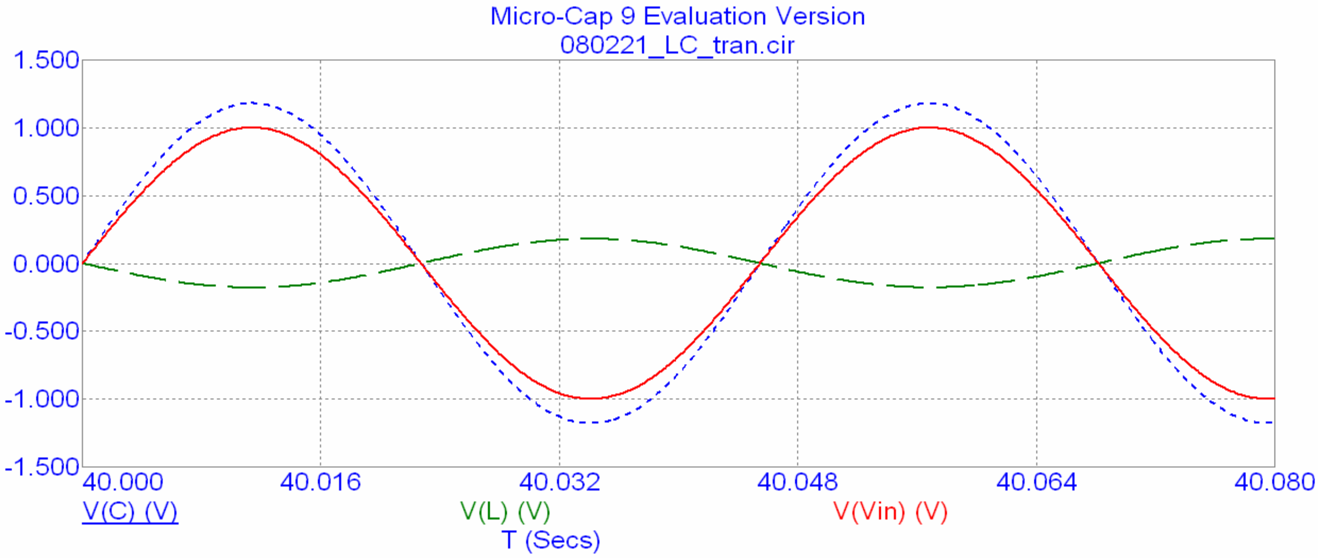
El comportamiento es también análogo al visto. Si se examina la expresión de impedancia de la inductancia, se verá que al principio su impedancia puede ser muy baja comparada con la de la resistencia. Por lo tanto la corriente está limitada por esta última. Asimismo la fase es cercana a cero, coincidiendo con el concepto de que la resistencia es el elemento que aporta la mayor impedancia al circuito.

Al aumentar la frecuencia, la impedancia inductiva aumenta y la corriente disminuye, además de atrasarse con respecto a la tensión de entrada. Idealmente, la misma debería hacerse prácticamente nula a frecuencias muy altas.

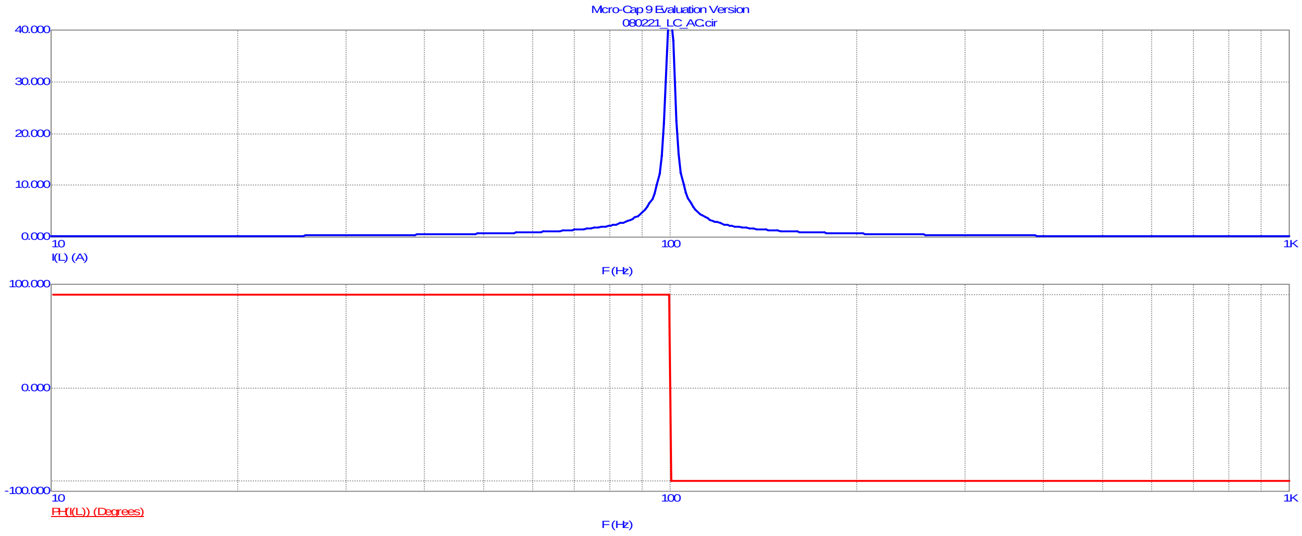
Circuito LC



Antes de presentar las curvas del análisis frecuencial, se procederá a subrayar ciertos conceptos de este circuito, en tanto es un caso especial a considerar.
En principio repasemos lo aprendido con respecto al desfase de corrientes. En general el desfase suele expresarse con respecto a la tensión de entrada, sin embargo podríamos hacerlo de otro modo, y decir que en un capacitor la tensión atrasa con respecto a la corriente, mientras que en una inductancia la tensión sobre la misma adelanta la corriente que circula por ella.
De esta manera nos resulta más fácil evaluar circuitos serie, como el que tenemos ejemplificado.
Sin embargo tengamos en cuenta lo siguiente: La tensión en la inductancia está a 90° eléctricos de la corriente, y la tensión en el capacitor a -90°. Esto significa que ambas tensiones están en contrafase entre sí, o sea que se restan. Y si ambas sumadas deben corresponder a la tensión de entrada, es evidente que algún dispositivo debe tener una tensión mayor a la provista por la fuente.



Como ejemplo, en la figura se muestra en línea continua la tensión de la fuente, en línea punteada la del capacitor y en línea discontinua la de la inductancia (En este caso la frecuencia es relativamente baja).
A continuación se muestran los gráficos de corriente del circuito vs. frecuencia.



Se muestra en la gráfica superior la magnitud de la corriente circulante, en tanto en la inferior se muestra su fase con respecto a la tensión de entrada.
Como puede verse, ocurre un fenómeno interesante en las cercanías de lo que llamaremos frecuencia de resonancia del circuito.
La impedancia total que presenta el circuito es:

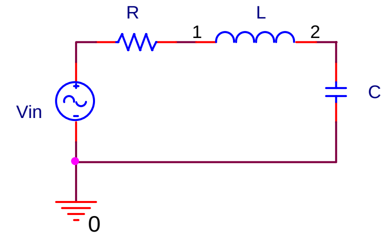
$$\dot{Z}_T = \dot{Z}_L + \dot{Z}_C = j2\pi fL - j\frac{1}{2\pi fC}$$

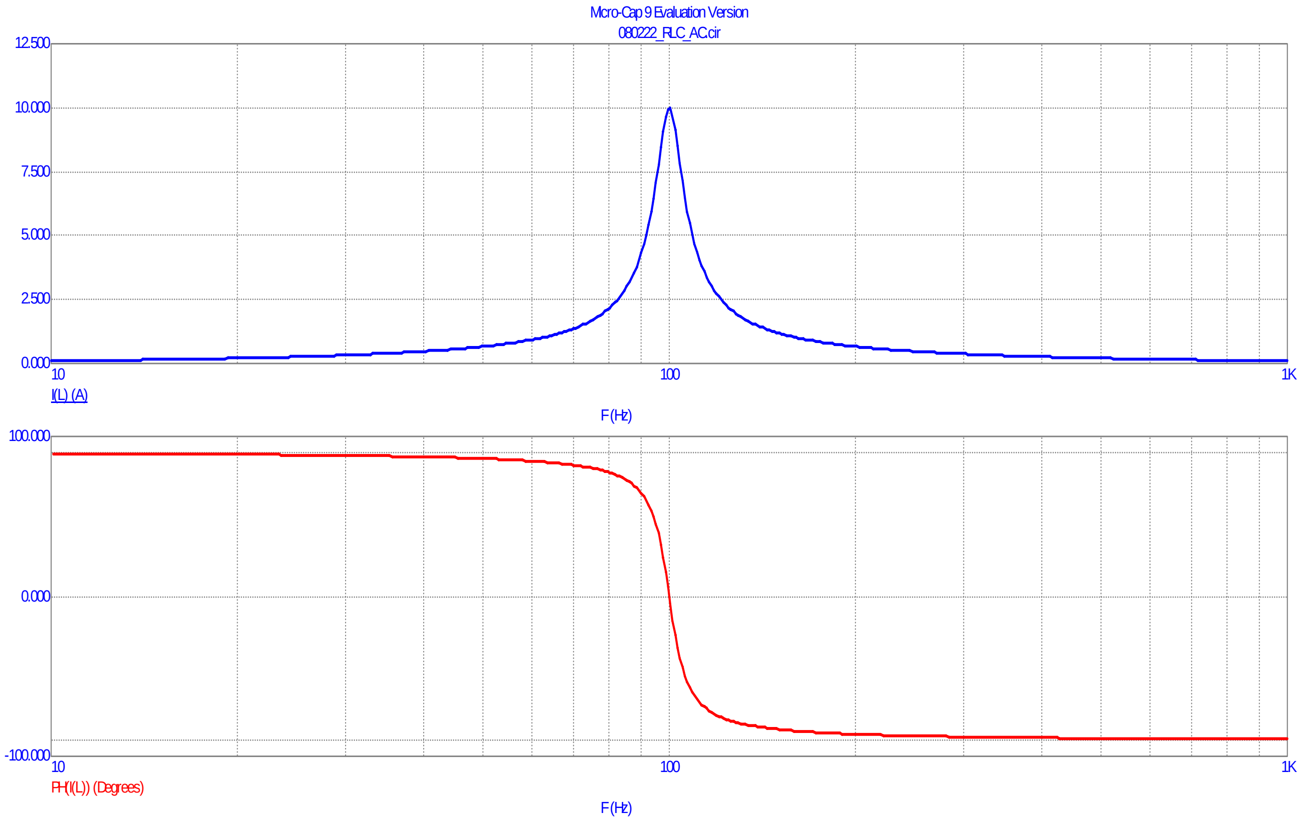
Como puede observarse, la impedancia en bajas frecuencias tiene una gran influencia capacitiva, haciéndose infinita para tensión continua (f =0). De hecho, desde la fuente de tensión no se observa comportamiento inductivo, nótese la fase de la corriente. De la misma manera, en altas frecuencias la impedancia es predominantemente inductiva, sin que pueda observarse desde la fuente algún elemento capacitivo.
Sin embargo, es posible encontrar un valor de frecuencia para el cual los dos términos que forman la ecuación resultan iguales y opuestos, y la llamamos frecuencia de resonancia del circuito.
Para este valor entonces, la impedancia del circuito vista desde la fuente de tensión es <u>nula</u>. Esto implica un <u>cortocircuito</u> para la misma. Lógicamente, en frecuencias cercanas a la de resonancia, la impedancia no es nula pero es muy pequeña, lo cual lleva a corrientes de magnitud importante, como puede verse en el gráfico.
Resolviendo la ecuación anterior, encontramos que

$$f_R = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

En la práctica naturalmente no se encuentran casos ideales como el analizado en esta sección, dado que siempre es posible encontrar algún elemento resistivo, implementado ex profeso o parásito. Sin embargo los elementos vistos nos sirven para la siguiente sección.

Circuito RLC





En este circuito se ha agregado una resistencia a los valores ensayados en la sección anterior. Puede notarse en principio que la frecuencia de resonancia no es afectada por el valor de la resistencia.

El fenómeno que se puede apreciar es análogo al explicado en la sección anterior. La única diferencia consiste en que la resistencia juega un papel de limitador de la corriente, en tanto que a la frecuencia de resonancia la impedancia “vista” desde la fuente es totalmente resistiva. Asimismo puede verse que la fase no cambia bruscamente como en el ejemplo anterior, sino que admite valores intermedios entre +90° y -90°.