

SISTEMAS DE CONTROL REALIMENTADO.

ANDRÉS GARCÍA

RESUMEN. En estas notas se presenta un repaso de conceptos clásicos de sistemas de control realimentado a los fines de introducir nuevos conceptos de utilidad para otros tipos de controladores más avanzados como lo es el MPC o control por modelo predictivo (extraído en parte de [1]).

1. CONCEPTOS DE SISTEMAS DE CONTROL REALIMENTADO

Recordemos que según habíamos establecido tempranamente en tutoriales anteriores, los sistemas de control objeto de estudio del presente curso, son los denominados *lineal invariante en tiempo* (LTI):

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A \cdot X(t) + B \cdot u(t) \\ y = C \cdot X(t) \end{cases}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$ y $u \in \mathbb{R}^r$. Por ser un sistema lineal, la transformada de Laplace es de utilidad en estos sistemas. Que sucede si aplicamos transformada de Laplace a sistemas no-lineales?

Es posible entonces obtener la denominada *función transferencia* $F(s)$:

$$y(s) = F(s) \cdot u(s)$$

donde $F(s) = C \cdot (s \cdot I - A)^{-1} \cdot B$. Notemos que esta manera de obtener la función transferencia es válida para sistemas de más de una entrada y una salida. En este sentido, la forma más tradicional de trabajar con estas funciones transferencia es (para el caso de una entrada y una salida o SISO), como se muestra en la Figura 1.

Entonces, de acuerdo a este esquema de bloques, la entrada $u(s)$ no es la entrada de todo el sistema de control, como puede ser esto? Justifique. Claramente, la señal indicada como $e(s)$ es la señal de error que toma el controlador $D(s)$ para obtener la señal de entrada a la planta $u(s)$, podemos ver entonces al controlador como un adaptador y acondicionador, que transforma la señal de error en una señal adecuada para que la planta reaccione ante cada señal de error de modo que la salida $y(s)$ se comporte según las especificaciones, cuáles pueden ser estas especificaciones?

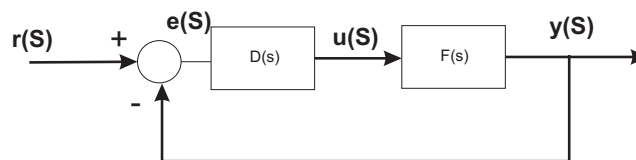


FIGURA 1. Esquema de bloques SISO.

Por otro lado, además del clásico control PID, existen otros que realizan una optimización de una denominada *función de costo*. En este sentido, los errores a minimizar más clásicos son:

$$IAE = \int_0^{\infty} |y - y_d| \cdot dt, \quad \text{Integral Absolute Error}$$

$$ISE = \int_0^{\infty} (y - y_d)^2 \cdot dt, \quad \text{Integral Squared Error}$$

$$ITAE = \int_0^{\infty} t \cdot |y - y_d| \cdot dt, \quad \text{Integral Time-Weighted Absolute Error}$$

$$ITSE = \int_0^{\infty} t \cdot (y - y_d)^2 \cdot dt, \quad \text{Integral Time-Weighted Squared Error}$$

De esta forma pueden definirse muchas otra funciones de costo a minimizar. En particular, una muy utilizada en el contexto de control óptimo, es el denominado regulador lineal cuadrático (LQR):

$$\min_u \int_0^{\infty} (x' \cdot R \cdot x + u' \cdot Q \cdot u) \cdot dt \cdot dt$$

Hoy en día existen programas que calculan on-line las entradas de control que minimizan ciertas funciones de costo para sistemas lineales y algunos específicos para sistemas no-lineales. En particular y debido a su simplicidad, el controlador PID en un contexto de control óptimo como el presentado, es muy común en la práctica, donde los programas de computadora calculan los tres parámetros del controlador, (K_c, τ_I, τ_d) :

$$\min_{(K_c, \tau_I, \tau_d)} \int_0^{\infty} |y - y_d| \cdot dt$$

1.1. Márgenes de Estabilidad. Una forma de sintonizar controladores para sistemas LTI, es determinar el *borde* de los parámetros para los cuales el sistema resultaría inestable, esto garantizaría que aumentando (disminuyendo) los parámetros más allá de esos valores el sistema se vuelve inestable? Justifique.

En este sentido, Ziegler y Nichols alrededor de 1942 sugirieron reglas sistemáticas aunque aproximadas para sintonizar sistemas SISO. Estas reglas son muy simples de utilizar:

- Utilizar un controlador sólo proporcional y determinar el valor de ganancia para el cual el sistema de lazo cerrado oscila (cruza el eje imaginario), ver Figura 2. . A ésta ganancia se la denomina *ganancia última*: K_{cu} , mientras que al período de oscilación obtenido período último de oscilación: P_u .
- Con los valores $\{K_u, P_u\}$, utilizar la tabla 1.1.
- Finalmente el controlador a utilizar resulta:

$$D(s)K_c \cdot \left[1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s} + \tau_D \cdot s\right]$$

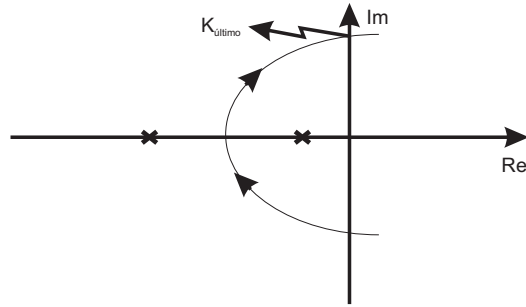


FIGURA 2. Ganancia última en el método de Ziegler-Nichols.

CUADRO 1. Tabla de sintonización con el método de Ziegler-Nichols.

Controlador	K_c	τ_I	τ_D
P	$0,5 \cdot K_{cu}$	-	-
PI	$0,45 \cdot K_{cu}$	$\frac{P_u}{1,2}$	-
PID	$0,6 \cdot K_{cu}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{8}$

2. SINTONIZACIÓN USANDO MODELOS APROXIMADOS A PARTIR DE MEDICIONES

En el caso en que el modelado es con las denominadas leyes fundamentales o principios físicos que no permiten obtener directamente un modelo en variables de estado, el diseño de los controladores se realiza utilizando directamente las funciones transferencias, y si el modelo es no-lineal?

Por otro lado, en la industria de procesos rara vez se utilizan principios o leyes físicas para obtener un modelo y sólo se poseen las denominadas *curvas de reacción*, para las cuales sólo se tiene una colección de mediciones vs tiempo.

En general para sintonizar los controladores industriales, se utilizan simples modelos como puede ser un sólo polo y retardo o simplemente un sólo polo. En éste sentido, Chen y Coon alrededor de 1953, notaron que muchos procesos industriales pueden modelarse por una simple curva como la mostrada en la Figura 3.

Como puede verse, un simple sistema de un sólo polo más un retardo modela perfectamente estas curvas:

$$y(s) = \frac{K \cdot e^{-\alpha \cdot s}}{\tau_s + 1}$$

Además de ser un modelo muy sencillo la única tarea que debe llevarse a cabo con cuidado es la determinación de los parámetros: $\{\alpha, \tau, K\}$, ya que con éstos parámetros Cohen y Coon propusieron una tabla muy similar a la ya mostrada para sintonizar controladores por el método de Ziegler-Nichols.

Es claro que el valor de K , se puede obtener utilizando un escalón unitario en el sistema a identificar como: $K = y(\infty)$, donde $y(\infty)$ es el valor en el cual se estabiliza la salida.

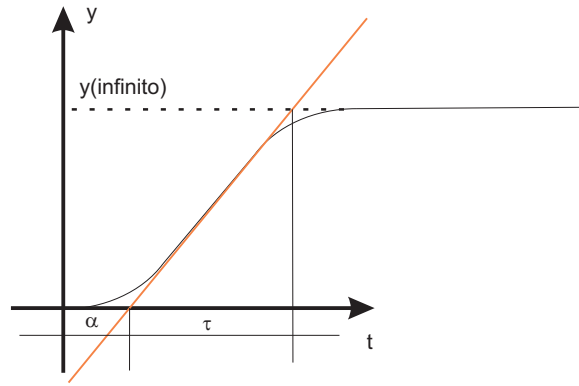


FIGURA 3. Curva típica de un proceso industrial.

3. TIME-INTEGRAL, IMC

Smith y Murril alrededor de 1967-1981, determinaron también tablas de sintonización pero ésta vez minimizando errores como los errores integrales introducidos en la Sección 1. Por otro lado, Rivera y Morari en 1986-1989, proponen reglas sistemáticas usando lo que se denominó IMC o control por modelo interno.

Estos casos se diferencian del clásico PID en que la estructura del controlador no tiene la forma de un integrativo más un proporcional más un derivativo sino que resulta de un proceso de minimización u optimización.

REFERENCIAS

- [1] Babatunde A. Ogannaike and W. Harmon Ray, 'Process Dynamics, Modeling, and Control', Oxford University Press, 1994.