

## Capítulo 2

# La Formulación del Problema Fundamental de Control

Los sistemas de control en la industria de procesos se caracterizan por constantes cambios en los criterios de desempeño, primeramente debido a las dinámicas del mercado que demandan cambios en las estrategias operativas. También, los procesos son altamente no lineales y no muy bien modelados. En presencia de estas características únicas, el desafío del control es:

*Adaptar en tiempo real las variables manipuladas para satisfacer múltiples y cambiantes criterios de desempeño en presencia de cambios en las características de la planta.*

El espectro completo de las metodologías de control de proceso actualmente en uso enfrentan la solución de este problema. De hecho, la teoría de realimentación fue desarrollada para lidiar con la satisfacción del desempeño ante la presencia de características desconocidas de la planta, aunque los controladores realimentados no son *independientes* de la representación del proceso. La diferencia entre estas metodologías yacen en las suposiciones particulares, en los compromisos asumidos en la formulación del criterio de desempeño y en la selección de la representación del proceso. Estas son hechas primeramente para simplificar el problema matemático de forma tal que su solución se ajuste a las capacidades de hardware existentes. Estas asunciones y compromisos generalmente condicionaron la solución de los problemas reales en el pasado. También es importante entender que las suposiciones y compromisos más relevantes no son explícitamente reconocidos como tales. Esto lleva a la situación actual donde

se realizan enunciados no realísticos para el universo de problemas que puede ser resuelto por un algoritmo particular. Comúnmente, se requiere de alguna forma de solución ad-hoc para hacer que alguna técnica (de otra forma limitada) sea aplicable a un problema nuevo.

Los aspectos de formulación de criterios de desempeño, la selección de la representación del proceso y la implementación de controladores crean un desafío muy interesante para el diseñador. En lo que sigue, discutiremos brevemente este punto.

## 2.1. Criterios de Desempeños para el Control de Procesos

El sistema de control moverá las variables manipuladas del proceso en orden a satisfacer uno (o varios) de los siguientes criterios prácticos de desempeño:

- *Económicos*: Estos pueden asociarse tanto con mantener las variables del proceso en las referencias dictadas por el nivel de optimización o con minimizar dinámicamente una función de costo operativo.
- *Seguridad y ambiental*: Algunas variables del proceso no deben violar cotas especificadas por razones de seguridad personal o de equipamiento, o a causa de regulaciones ambientales.
- *Calidad del Producto*: Deben satisfacerse las especificaciones definidas por el consumidor sobre el producto.
- *Preferencias Humanas*: El operador no tolerará un excesivo nivel de oscilación o irregularidades en las variables. También puede haber modos de operación preferidos. Básicamente, el operador y el ingeniero deben sentirse cómodos con el sistema. No es necesario que entiendan completamente las acciones tomadas, pero su conocimiento debe incorporar una realización de aquellas condiciones bajo las cuales el trabajará o no. Esto no puede ser desatendido. Las condiciones de falla deben ser pocas y extremas.

Para que el controlador resuelva las variables manipuladas, estas condiciones deben trasladarse a expresiones matemáticas. Se asumirá que todas las variables necesarias para evaluar los criterios prácticos definidos arriba son medidas, o pueden ser inferidas a partir de medidas secundarias. Entonces, se desprende que alguno de estos criterios prácticos pueden ser puestos matemáticamente como alguno de estos dos tipos de criterios:

- *Objetivos*: Funciones de variables a ser optimizadas dinámicamente, donde óptimo significa la mejor satisfacción del criterio.
- *Restricciones*: Funciones de variables que deben mantenerse entre cotas, que además pueden ser de dos tipos:

- *Restricciones Duras*: No se permiten violaciones de estas restricciones en ningún momento.
- *Restricciones Blandas*: Se pueden permitir violaciones temporarias de estas cotas para la satisfacción de otros criterios.

Para casi todos los problemas, la traducción de criterios prácticos de desempeño a criterios matemáticos necesariamente involucra algún tipo de compromiso o suposiciones por parte del diseñador. Las diferentes metodologías en el control de procesos se basan en suposiciones sobre las funcionalidades de objetivos o restricciones en orden a simplificar la solución del problema. Además de hacer el problema matemáticamente manejable, la mayor razón para la simplificación es permitir la implementación en el hardware existente.

Por ejemplo, el algoritmo de Control por Matriz Dinámica Cuadrática (DMC) usa una función objetivo cuadrática por conveniencia matemática puesto que esta conduce, cuando no hay restricciones, a un problema de control de mínimos cuadrados simple. Cuando se incluyen restricciones, resulta en un problema de programación cuadrática que puede resolverse en forma muy eficiente por cualquier programa de optimización comercial. Sin embargo, para algunas aplicaciones un objetivo cuadrático puede no ser un criterio de desempeño apropiado.

Aunque el hecho de la elección de la función objetivo tiene relevancia suficiente para meritar análisis y discusión, en nuestra opinión existen otras suposiciones con impacto más significativo. Por ejemplo, la suposición más típica realizada en control de procesos es “convertir” a los criterios de restricciones en funciones objetivos. El motivo para esto es que los problemas con restricciones son más difíciles de resolver con el hardware disponible. Por otro lado, objetivos formulados convenientemente puede conducir a diseños de control concisos, que pueden ser implementados fácilmente con funciones transferencia simples (leyes de control lineal e invariantes en el tiempo). Sin embargo, el desempeño del sistema de control generalmente se degradará cuando el criterio real es comprometido por conveniencia matemática.

Por ejemplo, el criterio de calidad en la forma de especificación de composición del producto de una columna de destilación es un criterio de restricción. Sin embargo, en muchas situaciones es forzado mediante un objetivo que minimiza su desviación respecto de una meta, teniendo consecuencias predecibles. En un lado, la composición se retiene en la meta aún cuando desviaciones temporarias de la cota real hacia adentro de la región factible (es decir, producto más puro) no son críticas, e incluso pueden ser necesarias para satisfacer dinámicamente otros criterios conflictivos. Por otro lado, siendo que la restricción límite no es forzada, pueden ocurrir violaciones y entonces las metas deben considerar una cierta tolerancia en la cota. Esto indica que en promedio, se va a obtener un producto más puro que el necesario por el sistema. Cuanto más puro deberá ser, dependerá del desempeño esperado del algoritmo usado, donde peores desempeños conducen a tolerancias mayores. Este es un ejemplo concreto del costo de soluciones ad-hoc. En conclusión, existe una pérdida directamente relacionada con la simplificación matemática del criterio de costo.

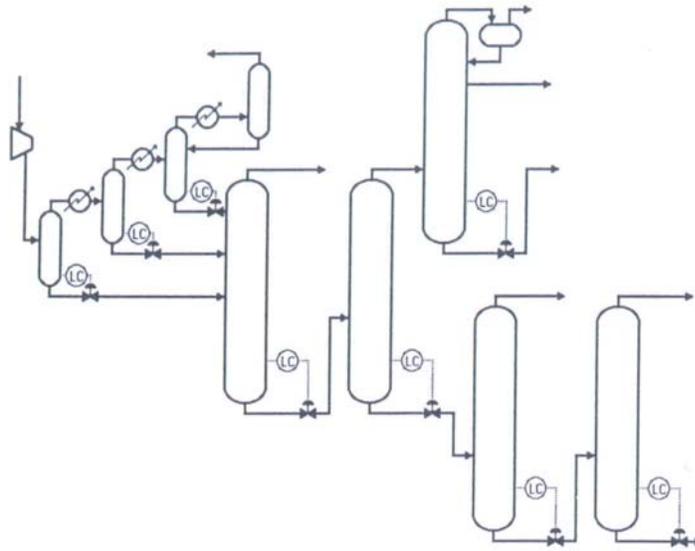


Fig. 2.1. Una planta tren de fraccionamiento.

### 2.1.1. El Problema de Control de Sobrecarga de Nivel

Un muy buen ejemplo del efecto del criterio de desempeño en el diseño de un sistema de control es dado por el problema de control de sobrecarga de nivel. Como veremos, un nuevo análisis de los requerimientos de desempeño del problema de controlar el nivel en el fondo de una columna de destilación dictan la necesidad de un algoritmo de control de la sobrecarga de nivel, en lugar un controlador de nivel tradicional.

Los trenes de columnas de destilación donde el caudal de producto de una columna alimenta a una columna aguas abajo presenta una situación interesante en la especificación del objetivo de control. Para balancear el material en estas columnas, la práctica usual es controlar los niveles de fondo manipulando los caudales de salida. Siendo la variable manipulada para controlar el nivel de fondo de una columna una perturbación en la unidad que sigue, bajo control muy estricto cualquier problema puede propagarse fácilmente aguas abajo. Un ejemplo de tales trenes fraccionadores en una planta típica se muestra en la Fig. 2.1.

Si solo consideramos una columna del tren, el criterio práctico para este problema es:

1. Minimizar las variaciones en el caudal de salida.
2. Mantener el nivel del tanque de la columna entre los cotas superior e inferior sobre un horizonte de tiempo en el futuro.

3. Mantener el caudal de salida entre sus límites superior e inferior sobre un horizonte de tiempo en el futuro.
4. Llevar de nuevo el nivel del tanque de la columna a su valor medio en el final del horizonte de tiempo.

La satisfacción de estos criterios minimizarán la propagación de las desviaciones, mantendrán el nivel en los límites del equipamiento mientras manipula el caudal de salida dentro de sus límites, y llevará el nivel nuevamente al punto medio del tanque de la columna para garantizar capacidad de tanque para la próxima perturbación.

Aquí varios aspectos son importantes. Primero, si el problema de control es diseñado individualmente para cada columna en el tren, habrá un deterioro del desempeño. Notemos que las columnas aguas abajo serán perturbadas con un cambio medible en el caudal de entrada y entonces uno podría predecir (anticipar) los movimientos predichos. Más elegantemente, sin embargo, podemos resolver para el conjunto de criterios del tren completo llevando a un problema de control multivariable.

Segundo, consideremos la configuración tradicional de control para este problema. Siendo que el nivel en el fondo de la columna no debe exceder sus cotas la práctica usual es diseñar un controlador para retenerlo en su valor medio, usualmente en forma muy estricta. Como una consecuencia de esto, toda perturbación que cambie una columna se propagará aguas abajo con igual intensidad, o posiblemente amplificada si los lazos no están sintonizados adecuadamente. Salidas de un equipamiento aguas arriba pueden a menudo causar cortas perturbaciones de gran amplitud que perjudican el proceso por varias horas. Entonces, estamos pagando un alto precio por sustituir la criterio real por una alternativa de menor relevancia, en este caso, control más ajustado del nivel. En este problema es más importante el minimizar los cambios en el caudal de salida ignorando el nivel, excepto cuando se violan los límites superior o inferior.

## 2.2. Un problema de Control de un Reactor Semi-Batch

El proceso que discutiremos aquí involucra un sistema de reacción semi-batch [4]. Las reacciones se llevan a cabo en el tanque mostrado en la Figura 2.2. El calor de la reacción es removido por circulación de la solución reactiva a través de intercambiadores que usan agua refrigerante. Además, existe la capacidad de manipular la relación de cuanto reactante es agregado para controlar el calor generado. La carga inicial del batch y la receta para la reacción se asume dada. En general, existe una temperatura objetivo deseada en la cual ocurre la reacción.

Siguiendo esta descripción, el criterio a ser satisfecho es:

1. El caudal de agua refrigerante debe mantenerse entre sus cotas superior e inferior.

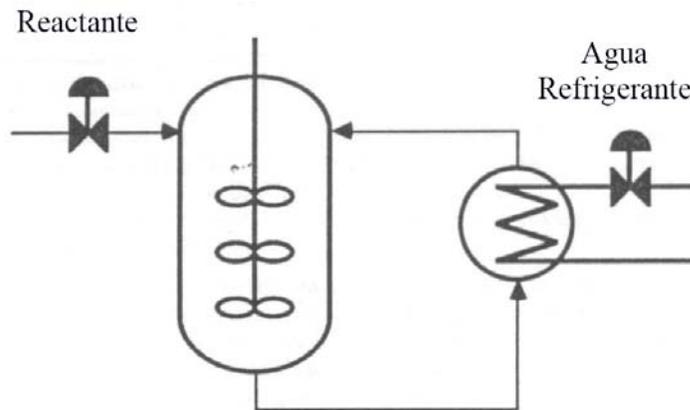


Fig. 2.2. Un reactor semi-batch.

2. La relación de adición de reactante debe estar entre sus cotas superior e inferior.
3. La temperatura de reacción debe ser cercana al objetivo durante el batch completo.
4. El tiempo de la reacción batch debe ser minimizado.

Los dos primeros criterios son restricciones operativas. El tercero expresa el deseo para operar al reactor en una temperatura dada. El último criterio es puramente económico.

La solución rigurosa a este problema es dada por una formulación de control óptimo *multiobjetivo* [12] puesto que los dos últimos criterios son objetivos a ser minimizados. La agrupación de estos objetivos en uno solo es claramente no deseable pues no podemos compararlos en términos equitativos.

Alternativamente, debido a limitaciones de cálculos, el método reportado en [4] consiste en definir criterios alternados que indirectamente satisfagan los criterios verdaderos listados arriba. Ellos son

1. El caudal de agua refrigerante debe mantenerse entre sus cotas superior e inferior.
2. La relación de adición de reactante debe estar entre sus cotas superior e inferior.
3. La temperatura de reacción debe ser cercana al objetivo durante el batch completo.
4. La relación de agregado de reactante debe estar en su máximo valor posible durante el batch.

Para satisfacer este criterio, un problema de control puede ser establecido con la temperatura del reactor como la variable controlada. Las variables manipuladas son el caudal de agua refrigerante y la relación de agregado de reactante. La estrategia es agregar reactante a su máxima relación posible. Sin embargo, el caudal de agua refrigerante es restringido, por lo cual el agregado de reactante debe reducirse para controlar la temperatura. Debido a la naturaleza de la cinética, agregar reactante a su máxima relación posible minimiza el tiempo de reacción del batch.

### 2.3. Representación del Proceso para el Control

Los procesos químicos industriales son invariablemente descriptos por modelos termodinámicos y cinéticos no lineales. Estos modelos son primeramente difíciles de formular porque las alimentaciones de las unidades no están bien caracterizadas y porque los parámetros físicos son difíciles de identificar. Entonces, estos modelos no son solamente no lineales, sino que sus parámetros son inciertos.

Todos los controladores utilizan una representación o modelo del proceso. Tradicionalmente, se usaron modelos lineales porque ellos producen controladores que son fáciles de analizar. También, siendo que el objetivo del sistema de control es mantener su operación estable, un modelo lineal ha probado ser suficiente en muchas aplicaciones para describir la dinámica del proceso en un punto operativo constante. Más aún, existen técnicas de identificación eficientes para obtener parámetros de modelos lineales a partir de experimentos de *caja negra* [11]. Sin embargo, sin importar del modelo utilizado, existirá invariablemente una diferencia entre la predicción del modelo y el desempeño real del proceso. Esto se debe principalmente a los siguientes factores:

- El modelo no describirá el proceso cuando el punto operativo cambie más allá de un entorno sobre el cual los parámetros fueron identificados. Este problema es empeorado por las actividades de las capas superiores de decisión que generalmente incrementan la frecuencia de los cambios de los puntos operativos.
- El equipamiento se degrada o cambia (por ejemplo, cambias los catalizadores, los intercambiadores de calor se ensucian, etc.).
- Las características de las perturbaciones no son conocidas y entonces hacemos suposiciones incorrectas acerca de su comportamiento dinámico en la etapa de diseño.
- Las técnicas usadas para la identificación no son lo suficientemente exactas o las medidas no son de calidad suficiente para producir un modelo con los detalles esperados.

Los errores del modelo son un aspecto importante pues, en presencia de inexactitudes significativas en el modelo, el sistema de control es generalmente

incapaz de satisfacer todos los requerimientos de desempeño. En este caso, el diseñador (antes de la implementación) o el sintonizador (luego de la implementación) se enfrenta con el compromiso de privilegiar un criterio de desempeño, menoscabando otro.

Por ejemplo, dos criterios comunmente especificados para sistemas de control de una variable son: maximizar la velocidad de seguimiento a su valor de referencia mientras las variables manipuladas muestran respuestas suaves. La selección del parámetro de sintonía (por ejemplo, la ganancia del controlador) incluye el compromiso entre estos criterios. En ausencia de error de modelado, es posible lograr una velocidad de seguimiento a la referencia deseada (con algunas limitaciones inherentes al sistema como tiempos muertos y ceros en el semiplano derecho). Sin embargo, cuanto más rápida sea la respuesta, más potencia necesitará la variable manipulada. Para satisfacer el criterio de suavidad de la variable manipulada, el diseñador puede desintonizar el controlador hasta que se obtiene una respuesta aceptable. Este procedimiento de sintonía lleva al seguimiento de referencia más rápido posible para el nivel de suavidad de las variables manipuladas deseado en ausencia de error de modelado.

Asumamos ahora que el controlador diseñado como fue explicado es instalado y ocurre un cambio significativo en el proceso. Invariablemente, la velocidad más rápida lograda por el diseño cuando el modelo es perfecto no podrá ser alcanzable en presencia de error en el modelo sin un incremento en la magnitud de las variables manipuladas. Entonces, la velocidad de seguimiento debe ser sacrificada para satisfacer el criterio de suavidad. Si esta respuesta a lazo cerrado más lenta es aceptable, el error del modelo no impuso una restricción sobre la satisfacción del criterio. Por otro lado, si la respuesta a lazo cerrado no es lo suficientemente rápida para esta aplicación en particular, entonces esta inexactitud fuerza al sintonizador a aceptar un nivel más alto de esfuerzo de control en las variables de control, o más probablemente a apagar el lazo de control.

Es deseable minimizar la cantidad de sintonías realizadas en-línea para hacer que el sistema de control alcance el desempeño requerido. Una forma de lograr esto es usar una representación del proceso en la etapa de diseño que incluya una descripción de las incertidumbres. Por ejemplo, pueden especificarse los rangos de los parámetros del modelo que representen todas las posibles valores logrados sobre la región operativa. También puede incorporarse información estadística de las perturbaciones. El uso de una descripción de la incertidumbre permite al diseñador evaluar los compromisos entre la satisfacción de los criterios de desempeño y la exactitud del modelo antes de la implementación, y entonces determinar a priori parámetros de sintonía apropiados.

Por ejemplo, para un error de modelo dado, el problema de determinar la posible velocidad de respuesta más rápida con esfuerzo de las variables manipuladas aceptable puede resolverse fuera de línea. En general, con esta información el diseñador puede decidir cuando un criterio de desempeño dado es muy restrictivo y entonces debe ser relajado, o cuando se requiere de un modelo del proceso más preciso. Esta “negociación” fuera de línea es mucho más deseable que el engorroso procedimiento de sintonía en-línea que se realiza comunmente en la actualidad.

Como se discute en [8], una descripción demasiado amplia de la incertidumbre puede forzar al diseñador a rechazar buenos diseños, pues esta descripción puede incluir plantas que no tienen significado físico. Por otro lado, una descripción de la incertidumbre muy reducida es tan mala como no describir ninguna incertidumbre, puesto que harán necesarios el ajuste en-línea de los parámetros del controlador. Siendo las descripciones de la incertidumbre tan difíciles de obtener como los modelos, podemos argumentar que no existe ventaja en usar la descripción de la misma. Sin embargo, creemos que la inclusión de la incertidumbre en cualquier estructura permite al diseñador analizar y diseñar sistemas de control realizando casos “que pasa sí” fuera de línea. Entonces, las decisiones de diseño pueden ser verificadas usando enfoques cuantitativos más que argumentos de sensibilidad ad-hoc. Como resultado, pueden producirse diseños más robustos.

Resaltamos que aún cuando se use una descripción de la incertidumbre, existirá la necesidad de ajustes en-línea. Esto se debe al hecho de que el modelo usado para el diseño puede ser restringido a causa de limitaciones de hardware (por ejemplo, controladores lineales) o porque la descripción de la incertidumbre no es adecuada. Entonces, una redefinición en-línea de los requerimientos de desempeño y/o una adaptación de los parámetros del modelo (y la descripción de la incertidumbre) pueden ser necesarios. Esta actividad cae en el campo del *control adaptativo*. Sin embargo, en este contexto, control adaptativo tiene un significado más amplio que el utilizado en la literatura, siendo que la inexactitud del modelo se considera explícitamente.

Una vez que el modelo es identificado, todos los controladores adaptativos asumen que el modelo es perfecto al calcular la ley de control [3, 14] y entonces será sujeto a los mismos problemas de robustez que los controladores no adaptativos. La causa de esto es que, aún cuando el modelo es adaptado continuamente, los experimentos en-línea tienen limitaciones inherentes que no permiten una identificación completa de los modos del proceso o de todas las características de las perturbaciones. Entonces, la adaptación del modelo no es lo suficientemente buena para permitir al sistema de control a satisfacer los objetivos usualmente muy estrictos (por ejemplo, mínima varianza), haciendo la desintonía ad-hoc en-línea inevitable. Si es considerada la incertidumbre del modelo (adaptada con el modelo), la necesidad de desintonía en-línea puede reducirse mientras se permite un alcance mejor del desempeño que el que es posible usando un controlador no adaptativo.

Al diseñar lazos simples de control univariable asumiremos una representación del proceso (conteniendo una descripción de la incertidumbre) para el diseño del control. Asumiremos que esta incertidumbre incluye todas las plantas de interés posibles solo en la etapa de diseño, estando prevenidos que en la implementación real los ajustes en-línea serán necesarios para permitir la solución del real problema de control que estamos considerando.

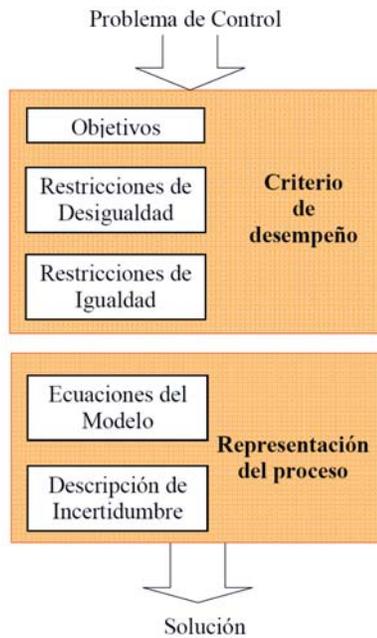


Fig.2.3. El problema fundamental de control.

## 2.4. Sumario: Elementos del Problema Fundamental de Control

Para diseñar un sistema de control que resuelva el *Problema Fundamental de Control* establecido anteriormente debemos hallar una formulación cuantitativa del problema que mejor represente la situación física del problema. Dado el criterio de desempeño y la representación del proceso en forma cuantitativa, el problema contiene los cinco elementos que siguen (Figura 2.3)

- Criterio de desempeño
  - Objetivos
  - Restricciones de Desigualdad
  - Restricciones de Igualdad
- Representación del Modelo
  - Ecuaciones del Modelo
  - Descripciones de la Incertidumbre

El criterio de desempeño consiste del objetivo a ser optimizado sujeto a restricciones de igualdad y desigualdad. La representación del proceso consiste en las ecuaciones del modelo más una descripción de la incertidumbre en sus parámetros.

Para resolver el *Problema Fundamental de Control* actual, debe permitirse que cada elemento cambie durante la vida del sistema de control. Por otro lado, el criterio de desempeño puede cambiar debido a las condiciones operativas variantes demandadas por los niveles superiores de decisión. Por otro lado, las condiciones de la planta pueden cambiar significativamente, tanto como para caer fuera de la representación usada para el diseño. En ambos casos, estas situaciones hacen que las asunciones hechas en la etapa de diseño no son más válidas y entonces, si es necesario, deberemos “rediseñar” en un entorno en-línea. Como mencionamos antes, esto cae dentro del contexto del control adaptativo. En este curso no trataremos este aspecto con mayor profundidad que la que hemos mencionado hasta ahora.

Podemos visualizar la solución de este problema como un problema de optimización a ser resuelto tanto fuera de línea (por ejemplo para obtener un controlador tipo función transferencia) como en-línea (como el propio controlador). Los requerimientos computacionales dependerán de la formulación matemática elegida. En muchas aplicaciones los elementos del problema se especifican inicialmente en forma muy amplia y términos no cuantitativos. Entonces, todas las metodologías de control existentes son necesariamente el resultado de compromisos y suposiciones en su formulación. Estas decisiones muy subjetivas pueden en muchos casos exceder el cuidado del diseñador.

El factor más significativo que afecta esta traslación es la capacidad de hardware disponible para la implementación. Dependiendo de la formulación matemática (cuantitativa) de cada elemento del problema a ser resuelto por el controlador se torna más o menos dificultoso. Por ejemplo, en ausencia de las restricciones de desigualdad y de la descripción de incertidumbre, y para un modelo lineal fijo y un objetivo cuadrático, el controlador puede ser formulado como un controlador lineal invariante en el tiempo con una mínima carga de cómputo en-línea. Siendo que estas restricciones de hardware son inevitables, suposiciones y compromisos son necesariamente realizados para alcanzar el algoritmo más simple. Nuestra contención es que en la etapa de diseño debemos estar precavidos de los compromisos. Es decir, el diseñador debe conocer cuando un requerimiento de desempeño no puede ser satisfecho debido al controlador simple elegido o debido a las limitaciones de la dinámica inherente o de limitaciones del modelo.

Debemos resaltar el hecho de que no necesariamente proponemos la solución en-línea de una optimización multiobjetivo no lineal en presencia de incertidumbres. Un procedimiento de diseño basado en la solución de este *Problema Fundamental de Control* puede muy bien conducir a un simple controlador PID. Sin embargo, para llegar a la decisión de usar tal controlador tuvimos que considerar todos los criterios de desempeño del proceso en presencia de inexactitudes. El hecho realmente importante es el grado en el cual el diseñador es consciente de las asunciones y compromisos inherentes en su solución. Es mejor enfrentar estos aspectos durante el procedimiento de diseño que luego de una falla en el

campo.